

## **Análisis estadístico del precio de la vivienda en Zaragoza**

**Manuel Salvador Figueras**, *Universidad de Zaragoza*

**Pilar Gargallo Valero**, *Universidad de Zaragoza*

**M<sup>a</sup> Asunción Beamonte San Agustín**, *Universidad de Zaragoza*

Este documento de trabajo forma parte de la cuarta convocatoria de proyectos de investigación sobre economía aragonesa de FUNDEAR.

**Documento de Trabajo nº41/07**

Este trabajo, así como una versión ampliada del mismo, puede consultarse en la página web de FUNDEAR:

<http://www.fundear.es>

**Edita:** Fundación Economía Aragonesa FUNDEAR

**Impresión:** INO Reproducciones S.A.

**ISSN:** 1696-2125

**D.L.:** Z-813-2003

© de la edición, Fundación Economía Aragonesa, 2007

© del texto, los autores, 2007

## Resumen

Este trabajo analiza la evolución del precio de la vivienda en el Mercado Inmobiliario de Zaragoza. El estudio permite identificar las características estructurales de las viviendas que ejercen una influencia significativa en su precio, así como cuantificar la importancia de su localización y de la fecha en que se produjo la transacción. Para ello, se utiliza una aproximación Bayesiana semiparamétrica con errores heterocedásticos y efectos espacio-temporales autorregresivos (STAR) y de vecindad, basada en el marco propuesto por Pace y otros (1998, 2000). Este planteamiento analiza el problema desde un punto de vista flexible y realista, al permitir realizar inferencias estadísticas robustas acerca de los parámetros del modelo y, en especial, del número de vecinos a tomar, sin tener que recurrir a resultados asintóticos. Así mismo, posibilita la comparación de modelos no anidados utilizando criterios predictivos que combinan la bondad de ajuste y la parsimoniosidad del modelo. Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que la superficie, la proximidad al centro de la ciudad, la existencia de ascensor y portero ejercen una influencia positiva significativa sobre el precio de la vivienda, mientras que la antigüedad y el tipo de adquisición la ejercen de forma negativa. Además, se observa la existencia de una tendencia temporal sistemática creciente aproximadamente de un 3% trimestral (12.55% anual), así como de tendencias espacio-temporales de carácter local, no capturadas por las variables hedónicas. Dichas tendencias pueden ser inducidas por variables omitidas y/o por la posible existencia de una burbuja de precios.

**Palabras Clave:** STAR, Análisis de Regresión, Inferencia Bayesiana, MCMC, Comparación de modelos, Modelos Hedónicos, Mercado Inmobiliario.

**Código JEL:** C11, C5, R31.

## Abstract

This work analyzes the evolution of dwelling prices in the Real Estate Market in Zaragoza. The study identifies the structural characteristics of the dwelling, exerting significant influence in the price, and quantifies the importance of the location and the date of transaction. To that aim, we propose a Semi-parametric Bayesian Analysis of a spatio-temporal autorregressive effects model (STAR) with neighbourhood effects and heteroscedastic errors; based on the frame presented by Pace et al (1998, 2000). The method allows to carry out the analysis in a flexible and realistic way, permitting to make robust statistical inferences of the model parameters and, specially, of the number of neighbours to take, not appealing to asymptotic results. At the same time, the procedure makes possible the comparison of non-nested models using predictive criteria, combining the goodness of fit and the parsimony of the model. The results show that the area, the proximity to city centre, the existence of lift and porter exert a positive significant influence over the price of the dwelling, while the age and the type of acquisition exert negative influence. Moreover, it is observed the existence of a growing systematic temporal trend around 3% quarterly (12.55 annual) and spatio-temporal local tendencies, not captured by the hedonic variables, probably induced by omitted variables and/or the possible existence of a price bubble.

**Key Words:** STAR, Regression Analysis, Bayesian Inference, MCMC, Model comparison, Hedonic models, Real Estate Market.

**JEL Classification:** C11, C5, R31.



# ÍNDICE

Nº pág.

|  |    |
|--|----|
| <b>Introducción</b> .....                                      | 7  |
| <b>1. Descripción de la base de datos</b> .....                | 10 |
| 1.1 Datos .....  | 10 |
| 1.2 Características estáticas .....                            | 11 |
| 1.3 Características dinámicas .....                            | 15 |
| 1.4 Dependencias espaciales.....                               | 16 |
| <b>2. El modelo</b> .....                                      | 17 |
| <b>3. Conclusiones</b> .....                                   | 20 |
| 3.1 Notación .....   | 20 |
| 3.2 Distribución a priori.....                                 | 20 |
| 3.3 Distribución a posteriori.....                             | 22 |
| 3.4 Estimación de los parámetros .....                         | 22 |
| 3.5 Resultados empíricos.....                                  | 23 |
| 3.5.1 Especificación del modelo y distribución a priori .....  | 23 |
| 3.5.2 Estimación de los parámetros .....                       | 24 |
| 3.6 Bondad de ajuste.....                                      | 27 |
| <b>4. Simplicidad del modelo</b> .....                         | 31 |
| 4.1 Criterio de comparación .....                              | 31 |
| 4.2 Modelos comparados .....                                   | 32 |
| 4.3 Resultado del proceso de comparación .....                 | 33 |
| <b>5. Predicción</b> .....                                     | 42 |
| 5.1 Predicción prospectiva .....                               | 42 |
| 5.2 Predicción retrospectiva .....                             | 45 |
| <b>6. Conclusiones y líneas futuras de investigación</b> ..... | 47 |
| <b>Bibliografía</b> .....                                      | 49 |

# ÍNDICE DE TABLAS Y GRÁFICOS

Nº pág.

|            |   |    |
|------------|---|----|
| Gráfico 1  | Localización dentro de Zaragoza de las transacciones de la Base de Datos.....   | 10 |
| Tabla 1    | Características cuantitativas de las viviendas analizadas.....  | 11 |
| Gráfico 2  | Distribución por tipo de vivienda.....  | 12 |
| Gráfico 3  | Distribución por tipo de adquisición .....  | 12 |
| Gráfico 4  | Distribución por refrigeración en la vivienda .....   | 13 |
| Gráfico 5  | Distribución por tipo de calefacción .....  | 13 |
| Gráfico 6  | Distribución por número de habitaciones (excluyendo cocinas y baños).....   | 14 |
| Gráfico 7  | Distribución por tenencia de ascensor .....   | 14 |
| Gráfico 8  | Distribución por tenencia de portero.....   | 15 |
| Gráfico 9  | Distribución por tenencia de garaje .....   | 15 |
| Tabla 2    | Evolución trimestral del precio de la vivienda .....  | 16 |
| Gráfico 10 | Evolución trimestral de los precios medio y mediano (cientos de miles €).....   | 16 |
| Gráfico 11 | Autocorrelaciones Espaciales .....  | 17 |
| Tabla 3    | Estimación de los parámetros $\alpha$ , $\beta$ y $\phi$ .....  | 26 |
| Tabla 4    | Estimación de los parámetros $m_T$ , $m_S$ , $\gamma$ , $\lambda$ y $r$ para los modelos STAR.....                                    | 27 |
| Gráfico 12 | Bondad de ajuste intramuestral del modelo STGAR Heterocedástico.....  | 29 |
| Gráfico 13 | Validación extramuestral del modelo STGAR Heterocedástico .....   | 30 |
| Tabla 5    | Comparación de los modelos Hedónicos y STAR.....  | 35 |
| Tabla 6    | Análisis de los errores predictivos intra y extramuestrales.....  | 36 |
| Gráfico 14 | Diagramas de cajas de los errores intramuestrales .....   | 37 |
| Gráfico 15 | Diagramas de cajas de los errores extramuestrales .....   | 37 |
| Gráfico 16 | bondad de ajuste intramuestral del modelo STEAR Homocedástico.....  | 38 |
| Gráfico 17 | Validación extramuestral del modelo STEAR Homocedástico.....  | 39 |
| Gráfico 18 | Bondad de ajuste intramuestral del modelo Hedónico Homocedástico .....  | 40 |
| Gráfico 19 | Bondad de ajuste extramuestral del modelo Hedónico Homocedástico .....  | 41 |
| Gráfico 20 | Predicciones prospectivas de la evolución del logaritmo del<br>precio de una vivienda de características medias para el año 2005..... | 43 |
| Gráfico 21 | Predicciones prospectivas de la evolución mensual del precio de una<br>vivienda de características medias para el año 2005.....       | 44 |
| Gráfico 22 | Estimación retrospectiva de la evolución del índice del precio de<br>la vivienda durante los años 2003 y 2004 .....                   | 46 |

## Introducción\*

La evolución del mercado inmobiliario español constituye un objeto de estudio de extraordinario interés tanto desde un punto de vista práctico como académico. Algunas de las razones que justifican dicho interés son: el elevado nivel de endeudamiento de las familias españolas ocasionado por la compra de una vivienda, el número cada vez más alto de hipotecas concedidas por las entidades de crédito con el consiguiente aumento del nivel de riesgo de las mismas y la importancia del sector de la construcción en la economía española debido al número de puestos de trabajo y al volumen de activos financieros que genera (Fabra, 2005).

Desde un punto de vista estadístico-económico, el modelo tradicionalmente utilizado para analizar la evolución de precios de vivienda es el modelo de precios hedónico, propuesto inicialmente por Haas (1922) para analizar precios de parcelas agrícolas, prestando una atención especial a sus distancias al centro de la ciudad y al tamaño de las mismas. Posteriormente, Court (1939) fue el primero en utilizar el término hedónico y aplicó dicho modelo al análisis de precios en la industria automovilística (ver Colwell y Dilmore, 1999 para más detalles). Los fundamentos teóricos fueron proporcionados por Rosen (1974) quién estableció que el valor de mercado de una propiedad es función de las características de la misma.

En el caso particular de una vivienda (Basu y Thiboudeau, 1998), el precio es función de sus características estructurales (tamaño, antigüedad, tipo de vivienda, calefacción, ascensor, garaje, trastero, aire acondicionado, número de cuartos de baño, exterior, planta, orientación, piscina comunitaria, etc.) y de su localización (distancia al centro, a colegios, guarderías, estaciones de metro y autobús, supermercados, niveles de contaminación de la zona, nivel socio-económico de los vecinos del inmueble, etc.).

Para describir esta dependencia, se utilizan modelos de regresión espacial que toman como variable dependiente el precio de la vivienda transaccionada o alguna transformación suya (habitualmente el logaritmo con el fin de aumentar el grado de normalidad y homocedasticidad de los términos de error del modelo), y como variables independientes aquellas características de la misma que se consideran más relevantes para describir la variación de precios observada (Ridker y Henning, 1967; Li y Brown, 1980; Dubin y Sung, 1990). Una aplicación específica de la información obtenida es la construcción de números índices que describan la evolución espacio-temporal de los precios, eliminando la influencia

---

\* Los autores desean agradecer al Colegio de Registradores de la Propiedad, Bienes Muebles y Mercantiles de España, a la Oficina Regional del Catastro, al Instituto Aragonés de Estadística y a la Gerencia de Urbanismo del Ayuntamiento de Zaragoza la información proporcionada que nos ha permitido llevar a cabo este trabajo. Así mismo, desean agradecer al profesor Luis Fabra su apoyo. Las opiniones aquí vertidas son responsabilidad exclusiva de los autores y no tienen por qué reflejar las de las entidades y personas anteriormente citadas.

de la calidad de las casas en dicha evolución (Bailey y otros, 1963; Case y Quigley, 1991; Hill y otros, 1997; David y otros, 2002).

En la mayor parte de las ocasiones no se dispone de información acerca de todas las características espacio-temporales que sean relevantes para el problema. Por dicha razón, se suele observar la presencia de correlaciones espacio-temporales en los residuos de los modelos. Para tratar este tipo de problemas se introducen efectos espaciales en la estructura del error (Can, 1990; Dubin, 1988, 1992, 1998; Can y Megbolugbe, 1997; Basu y Thibodeau, 1998; Pace y Gilley, 1998) o, más generalmente, efectos aleatorios (Gelfand y otros, 1998), así como variables temporales dummy, que se utilizan como un proxy para medir la influencia de factores dinámicos de tipo económico, político, sociológico, etc. en la evolución de dichos precios (Gelfand y otros, 2004).

Algunos autores (Bailey y otros, 1963; Engle y otros, 1985; Archer y otros, 1996; Goetzman y Spiegel, 1997) utilizan los llamados modelos de medidas repetidas. En estos modelos, los datos corresponden a viviendas vendidas más de una vez y cuyas características no han cambiado en el periodo de tiempo considerado, siendo la variable dependiente la diferencia del logaritmo del precio de dos ventas consecutivas. De esta forma se pretende evitar el sesgo por variables omitidas, presente en el modelo de precios hedónicos. Sin embargo, este tipo de análisis tiene el inconveniente de que las viviendas que se venden más de una vez suelen ser un bajo porcentaje, por lo que los resultados obtenidos son sesgados y poco eficientes.

Aún cuando la localización de una vivienda es fija, la contribución de la misma a su valor puede cambiar como respuesta a una variedad de cambios microeconómicos en la zona (construcción de carreteras, instalación de nuevas tiendas, colegios, líneas de autobuses o metros, zonas verdes, etc.). Para capturar estos aspectos dinámicos de la localización algunos autores proponen la utilización de modelos con efectos dinámicos (Pace y otros, 1998, 2000), mientras que otros utilizan modelos de regresión local (Can y Megbolugbe, 1997; Case 2000, 2001, 2002; Clapp y otros, 2002), que estiman los parámetros del modelo utilizando, para cada transacción, los datos correspondientes a aquéllas más semejantes en el espacio y en el tiempo.

En la literatura existen pocos trabajos que hayan tratado este problema desde una perspectiva bayesiana. En esta línea destacan los trabajos de Gelfand y otros (1998, 2004), quienes proponen un marco de análisis muy general para resolver el problema sin los inconvenientes de las metodologías precedentes. Dicho marco aborda el problema modelando, explícitamente, las dependencias espacio-temporales presentes en la evolución de los precios de la vivienda. Además, la metodología bayesiana permite, de forma natural, imponer restricciones en los parámetros del modelo e introducir variables latentes que resuelven el llamado problema de la alineación incorrecta, presente cuando se dispone de información con distinto nivel de agregación (ver, por ejemplo, el Capítulo 6 de Banerjee y otros, 2004). Así mismo, se pueden construir intervalos predictivos que utilizan el Cálculo de Probabilidades como medida de incertidumbre.

En los últimos tiempos la potencia creciente de los ordenadores, así como la gran precisión de la información proporcionada por los sistemas de información geográfica (GIS), han hecho posible la construcción de grandes bases de datos con referencias espacio-temporales muy acuradas a nivel de microdato. En este contexto, han surgido nuevas técnicas estadísticas que permiten la construcción de modelos más realistas y flexibles para describir las dependencias espacio-temporales presentes en los datos (Clapp, 2004; Gelfand y otros, 2004; Case y otros; 2004).

Existen dos tipos de dificultades comunes a este tipo de problemas: por una parte la no linealidad de los parámetros del modelo que describen las dependencias espaciales y, por otra, los enormes tamaños muestrales, lo cual dificulta la estimación de los parámetros del modelo. Recientemente, Pace y otros (1998, 2000) han propuesto una familia semiparamétrica de modelos lineales autorregresivos, que capturan un gran número de efectos espacio-temporales de carácter local. Su estimación está basada en procedimientos mínimo cuadráticos, de bajo coste computacional. Estos autores aplican su metodología al análisis de precios de vivienda, obteniendo mejores resultados que otras técnicas más complejas con mayor número de parámetros. Sin embargo, su procedimiento de selección de modelos está basado en el método de máxima verosimilitud cuyos resultados asintóticos no son, generalmente, aplicables (Stein (1999)). Sun y otros (2005) y Salvador y otros (2006) proponen utilizar técnicas bayesianas basadas en la utilización de métodos MCMC (iniciales de Monte Carlo Markov Chain) (ver, por ejemplo, Banerjee y otros, 2004) para resolver estos problemas. Dichos autores demuestran, que esta aproximación proporciona habitualmente estimaciones más robustas de los parámetros mediante la detección y corrección de problemas de heterocedasticidad, debilitando la influencia de observaciones atípicas.

El objetivo del trabajo es el análisis de la evolución del precio de transacciones de vivienda en el Mercado Inmobiliario de Zaragoza. Dicho análisis permite identificar las características estructurales de las viviendas que ejercen una influencia significativa en su precio, así como cuantificar la importancia de su localización y de la fecha en que se produjo su venta. Para abordar dicho problema, utilizamos un modelo basado en el marco propuesto por Pace y otros (1998, 2000) y hacemos uso de las técnicas bayesianas descritas en Salvador y otros (2006). Así mismo, se muestra cómo construir intervalos predictivos para el precio de transacciones de una vivienda de características dadas, información que puede resultar muy útil a los agentes económicos. En particular, las valoraciones obtenidas de las viviendas se podrían utilizar con fines fiscales y para medir riesgos hipotecarios (Fabra, 2005).

El trabajo está organizado como sigue: en la sección 1 se describen los datos utilizados y en la sección 2 se presenta el modelo propuesto para analizar la evolución de los precios de vivienda. La sección 3 explica brevemente la metodología estadística Bayesiana desarrollada por Salvador y otros (2006) para estimar los parámetros del modelo y se aplica a los datos descritos en la sección 1. En la sección 4 se presentan simplificaciones del modelo general junto con los resultados de su comparación y en la sección 5 se muestran las predicciones tanto prospectivas como retrospectivas de la evolución de los precios.

Finalmente, la sección 6 expone las conclusiones más relevantes y las futuras líneas de investigación.

## 1. Descripción de la base de datos

### 1.1 Los datos

Los datos analizados corresponden a una muestra de 788 transacciones de vivienda llevadas a cabo entre Noviembre de 2002 y Diciembre de 2004, en la zona que compete al Registro de la Propiedad número 5 de Zaragoza (ver Gráfico 1). La parte noroeste del área considerada es el centro económico (no histórico) de la ciudad, con la presencia de los inmuebles de valor más elevado. Conforme nos desplazamos hacia el sur y hacia el este en el mapa, nos aproximamos a zonas periféricas, incluso en algún caso de extrarradio de la ciudad, con algunas viviendas de muy baja calidad.

La información utilizada procede de las siguientes entidades administrativas oficiales: Oficina Regional del Catastro, Instituto Aragonés de Estadística, Gerencia de Urbanismo del Ayuntamiento de Zaragoza y Colegio de Registradores de la Propiedad, Bienes Muebles y Mercantiles de España.

**Gráfico 1**  
**Localización dentro de Zaragoza de las transacciones de la Base de Datos**



La Oficina Regional del Catastro proporcionó la antigüedad del edificio y la superficie de los inmuebles. El Instituto Aragonés de Estadística cedió la información procedente del censo de viviendas del año 2001 de las características propias de cada inmueble (número de habitaciones, tipo de calefacción y refrigeración) así como del edificio en el que se encontraba (ascensor, portero y garaje). La sección de Urbanismo del Ayuntamiento de Zaragoza proporcionó las coordenadas UTM para la localización geográfica de los inmuebles. Finalmente, la información del Colegio de Registradores de la Propiedad, Bienes Muebles y Mercantiles de España recogía los movimientos en la titularidad de los inmuebles, así como el precio escriturado, el tipo de adquisición y si la vivienda era de protección oficial.

Los datos fueron depurados eliminando los registros que no presentaban información de las variables cuantitativas, todos aquellos inmuebles situados bajo rasante, los dedicados a actividades no residenciales, así como las transacciones cuyos precios eran anormalmente altos o bajos, de acuerdo con los límites para España publicados en la Estadística Registral Inmobiliaria. Anuario de 2004.

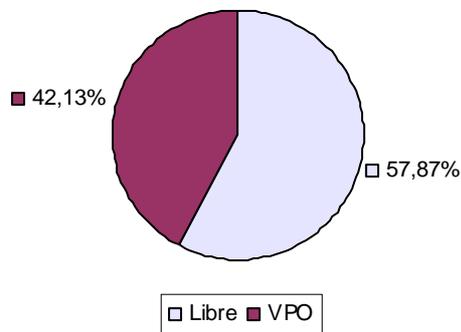
## 1.2 Características estáticas

En la Tabla 1 se muestran las características de las variables cuantitativas continuas de las viviendas analizadas. Se observa la presencia de un elevado grado de leptocurtosis, acompañada en el caso del precio y de la superficie útil, de un alto grado de asimetría positiva. Estos efectos se deben a la presencia de transacciones con valores muy altos en dichas variables. Con el fin de disminuir su influencia y aumentar el grado de normalidad de estas variables, las transformamos logarítmicamente. Esta transformación tiene la ventaja adicional de que en un modelo de regresión hedónico los coeficientes se interpretan como elasticidades del precio de la vivienda con respecto a las variables independientes.

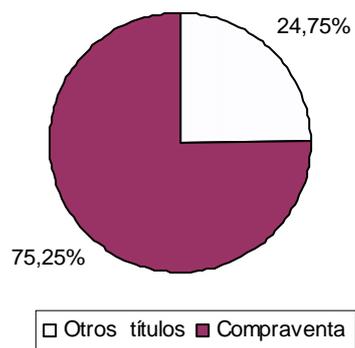
**Tabla 1**  
**Características cuantitativas de las viviendas analizadas**

|                   | Precio (€) | Superficie útil (m2) | Antigüedad (Años) |
|-------------------|------------|----------------------|-------------------|
| Nº casos          | 788,00     | 788                  | 788               |
| Mínimo            | 3.125,26   | 27                   | 0,83              |
| Máximo            | 601.012,10 | 490                  | 91,71             |
| Media             | 121.336,82 | 77,19                | 34,25             |
| Desviación Típica | 73.540,28  | 32,57                | 13,02             |
| Asimetría         | 2,24       | 4,88                 | -0,12             |
| Curtosis          | 8,41       | 44,13                | 1,64              |

**Gráfico 2**  
**Distribución por tipo de vivienda**

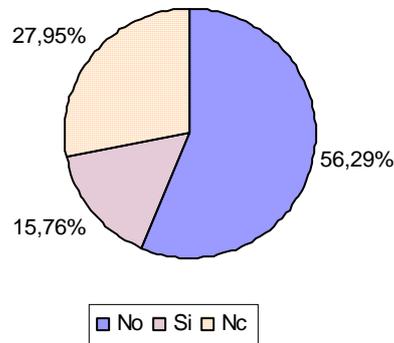


**Gráfico 3**  
**Distribución por tipo de adquisición**

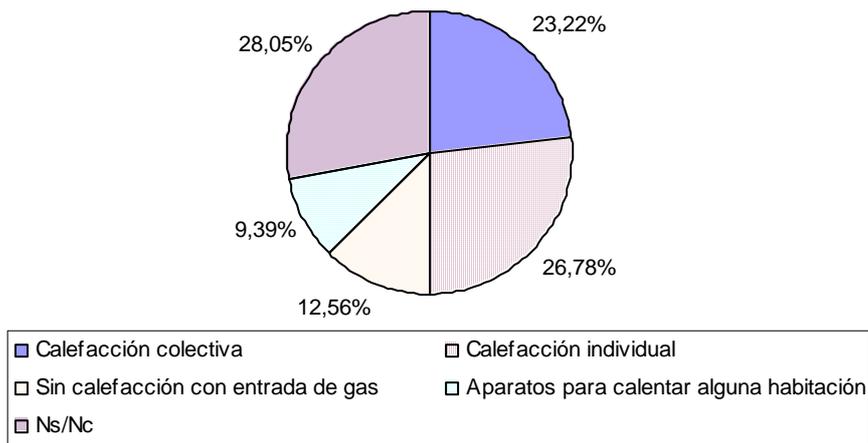


En los Gráficos 2 a 9 se muestran las características de las variables cualitativas y cuantitativas discretas utilizadas en el estudio. Se observa, en primer lugar, que para un 28% de los casos (221 transacciones) no se dispone de información acerca de algunas de las características de la vivienda. Con el fin de analizar la aparición de posibles sesgos en el estudio, incluimos una variable indicadora de dichos casos como variable independiente del modelo.

**Gráfico 4**  
**Distribución por refrigeración en la vivienda**

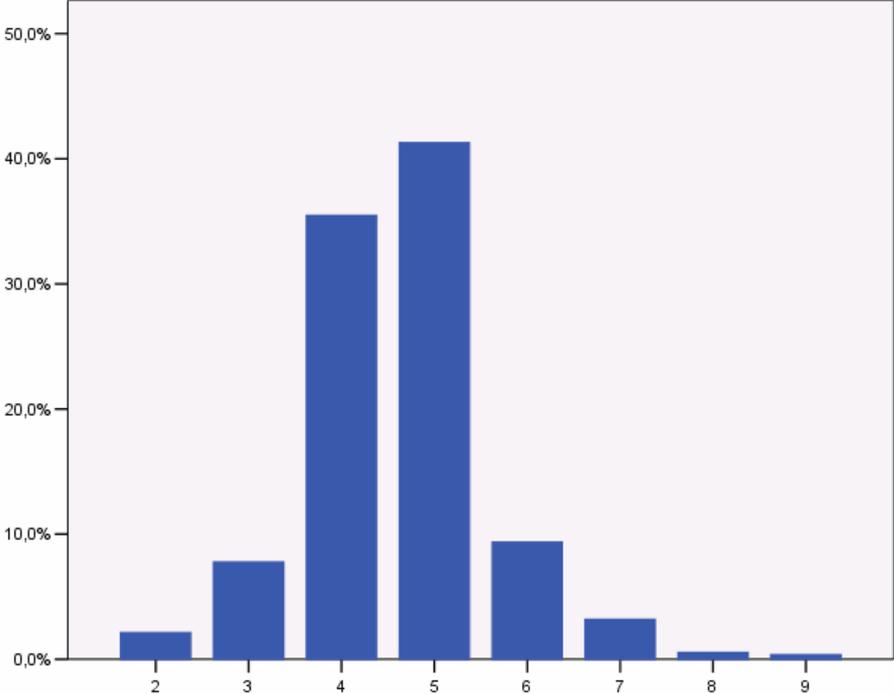


**Gráfico 5**  
**Distribución por tipo de calefacción**

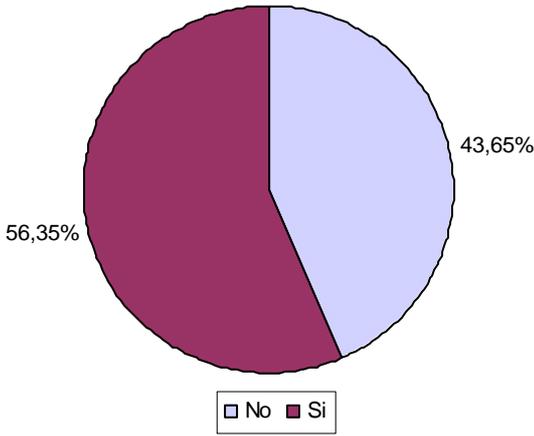


En general todas las categorías de estas variables tienen un número suficiente de casos para estimar sus correspondientes efectos sobre el precio de la vivienda. La única excepción la constituye la variable número de habitaciones, en la que se observan valores con muy pocos casos (ver Gráfico 6). Con el fin de que cada categoría tenga al menos un 5% de los datos observados, en lo que sigue recodificaremos dicha variable en 4 categorías, a saber, menos de 4 habitaciones, 4 habitaciones, 5 habitaciones y más de 5 habitaciones.

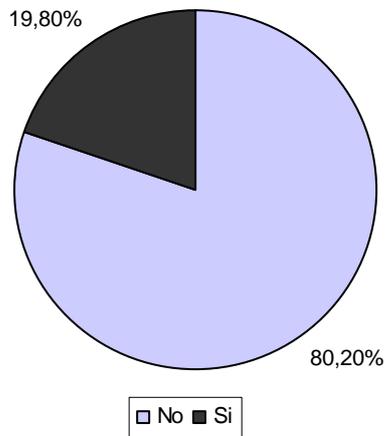
**Gráfico 6**  
**Distribución por número de habitaciones (excluyendo cocinas y baños)**



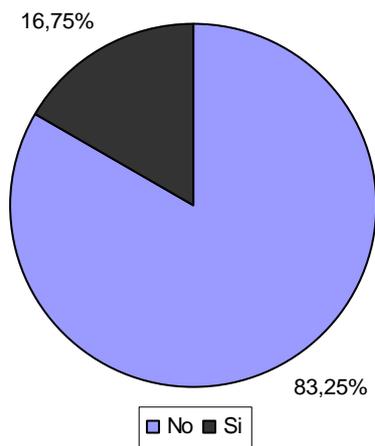
**Gráfico 7**  
**Distribución por tenencia de ascensor**



**Gráfico 8**  
**Distribución por tenencia de portero**



**Gráfico 9**  
**Distribución por tenencia de garaje**



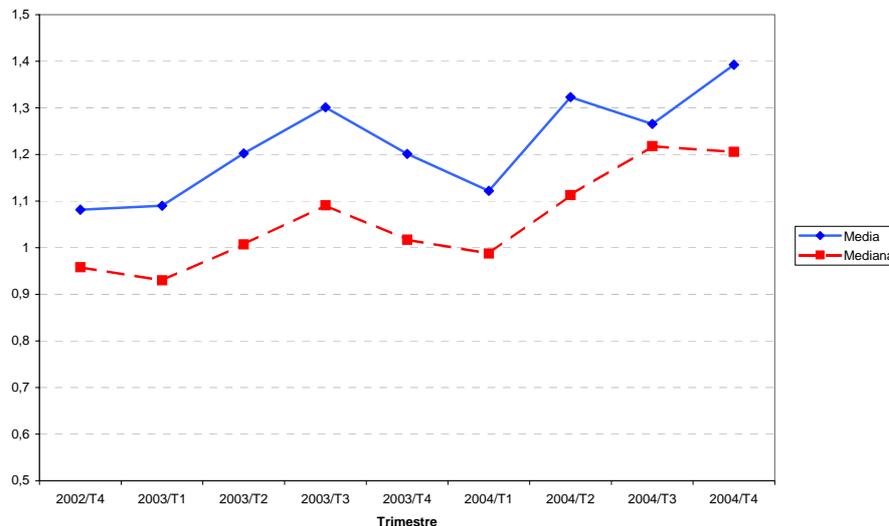
### 1.3 Características dinámicas

En la Tabla 2 y el Gráfico 10 se analiza la evolución trimestral del precio de la vivienda en el área considerada. Se observa, que los valores tomados por los precios medios son superiores a los de los precios medianos (en torno a un 15% más altos). Ello se debe al elevado grado de asimetría positiva de su distribución. Sin embargo, la evolución de ambos precios es muy similar (ver Gráfico 10), observándose la presencia de una tendencia de carácter creciente con un incremento medio trimestral estimado en aproximadamente, un 3% (alrededor de 12.55% anual). Dicho crecimiento está en consonancia con la evolución estimada de los precios para Zaragoza capital, proporcionada por el Colegio de Registradores de la Propiedad.

**Tabla 2**  
**Evolución trimestral del precio de la vivienda**

| Trimestre                | Precio Medio<br>(Cientos de miles de euros) | Precio Mediano<br>(Cientos de miles de euros) |
|--------------------------|---|---|
| 2002/T4                  | 10.815                                      | 0.9580  |
| 2003/T1                  | 10.900                                      | 0.9297  |
| 2003/T2                  | 12.022                                      | 10.071  |
| 2003/T3                  | 13.009                                      | 10.910  |
| 2003/T4                  | 12.011                                      | 10.172  |
| 2004/T1                  | 11.221                                      | 0.9872  |
| 2004/T2                  | 13.229                                      | 11.130  |
| 2004/T3                  | 12.654                                      | 12.179  |
| 2004/T4                  | 13.923                                      | 12.057  |
| Tasa Acumulada media (%) | 3.21  | 2.92  |

**Gráfico 10**  
**Evolución trimestral de los precios medio y mediano (cientos de miles €)**

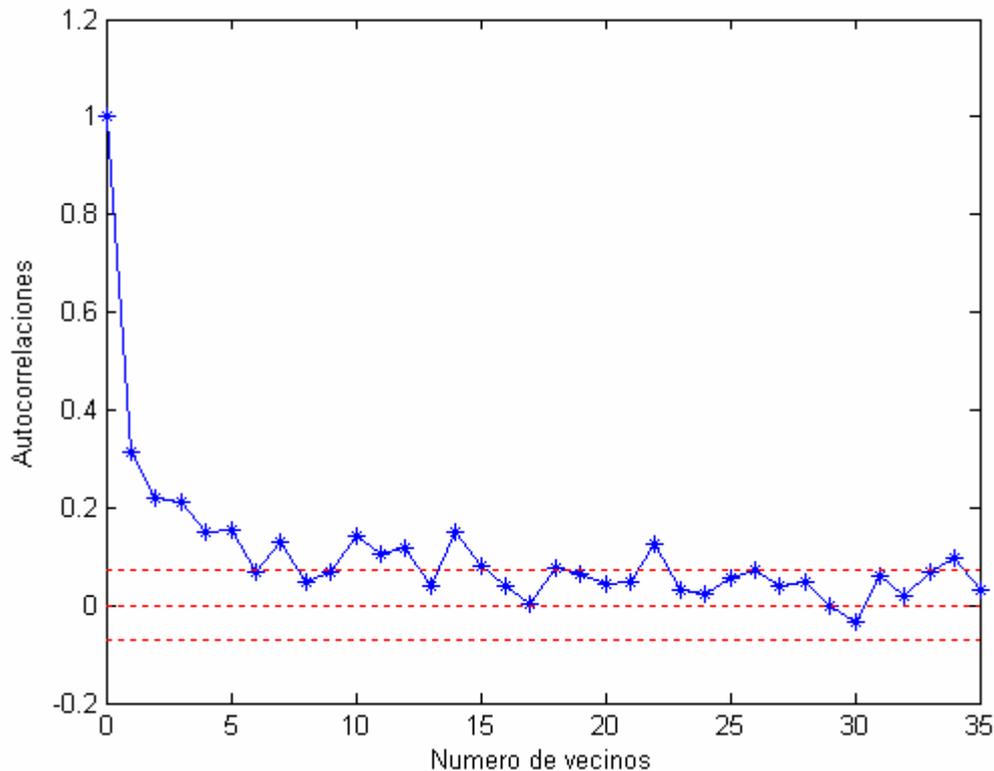


## 1.4 Dependencias espaciales

En el Gráfico 11 se muestran las autocorrelaciones espaciales empíricas de los precios de las transacciones analizadas, junto con las bandas de confianza del 95% suponiendo ruido blanco. Se observa la existencia de autocorrelaciones positivas significativas, sobre todo en los primeros retardos, que reflejan la existencia de dependencias espaciales en la determinación del precio de cada transacción.

Una vez realizado el análisis exploratorio de los datos, en la sección siguiente describimos el modelo utilizado en el trabajo para capturar las dependencias espacio-temporales observadas en los precios.

**Gráfico 11**  
**Autocorrelaciones espaciales**



## 2. El modelo

Sea  $Y = \log P$  donde  $P$  es el precio al que se ha realizado la transacción de vivienda.

Sean  $Z_1, \dots, Z_q, X_1, \dots, X_k$  las variables explicativas del modelo hedónico que recogen información acerca de características estructurales de la vivienda transaccionada así como de su localización. Supondremos, además, que las variables  $Z_1, \dots, Z_q$  no ejercen un efecto espacio-temporal mientras que las variables  $X_1, \dots, X_k$ , sí.

Sea  $\mathbf{Y}_{(n \times 1)} = (y_i; i=1, \dots, n)$  el vector de observaciones donde  $y_i = \log(p_i)$  siendo  $p_i$  el precio de la  $i$ -ésima transacción de vivienda observada para  $i=1, \dots, n$ . Las transacciones se suponen ordenadas por la fecha de su realización de forma que  $p_1$  es el precio de la transacción más antigua,  $p_2$  la de la segunda más antigua, ... y  $p_n$  es la de la transacción más reciente.

Sea  $\mathbf{Z}_{(n \times q)} = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_q)'$  la matriz de datos correspondiente a las variables  $Z_1, \dots, Z_q$  con  $\mathbf{z}_i = (z_{i1}, \dots, z_{iq})'$  las características correspondientes a la  $i$ -ésima transacción de vivienda para  $i=1, \dots, n$ . En particular, para evitar problemas de identificabilidad, supondremos que  $Z_1 = 1$ .

Análogamente, sea  $\mathbf{X}_{(n \times k)} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n)'$  la matriz de datos correspondiente a las variables  $X_1, \dots, X_k$  con  $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{ik})'$  las características correspondientes a la  $i$ -ésima transacción de vivienda para  $i=1, \dots, n$ .

Para describir esta dependencia proponemos un modelo de regresión lineal espacio-temporal autorregresivo con errores heterocedásticos (*STGAR Heterocedástico*) y con efectos de vecindad, similar a los utilizados por Pace y otros (1998, 2000) y Sun y otros (2005). Dicho modelo viene dado por la expresión:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \phi_T \mathbf{T}\mathbf{Y} + \phi_S \mathbf{S}\mathbf{Y} + \phi_{TS} \mathbf{TS}\mathbf{Y} + \phi_{ST} \mathbf{ST}\mathbf{Y} + \phi_{TX} \mathbf{T}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{SX} \mathbf{S}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{TSX} \mathbf{TS}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{STX} \mathbf{ST}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.1)$$

donde:

- $\boldsymbol{\alpha}_{(q \times 1)} = (\alpha_1, \dots, \alpha_q)'$  es el vector de coeficientes de regresión hedónica que determina el tipo de efecto ejercido por las variables independientes  $Z_1, \dots, Z_q$  sobre el precio de la vivienda
- $\boldsymbol{\beta}_{(k \times 1)} = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$  es el vector de coeficientes de regresión hedónica que determina el tipo de efecto ejercido por las variables independientes  $X_1, \dots, X_k$  sobre el precio de la vivienda
- $\mathbf{T}_{(n \times n)}$  es la matriz que especifica las relaciones temporales existentes entre las transacciones
- $\mathbf{S}_{(n \times n)}$  es la matriz que especifica las relaciones espaciales existentes entre las transacciones.
- $-1 < \phi_i < 1$ ;  $i \in \{T, S, TS, ST, TX, SX, TSX, STX\}$  son los coeficientes autorregresivos del modelo que determinan los efectos de vecindad espacio-temporal transmitidos por los precios y las características de las transacciones previas a una dada.
- $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N_n(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{V})$  con  $\mathbf{V} = \text{diag}(v_1, \dots, v_n)$  ( $v_i > 0$   $i=1, \dots, n$ ,  $\sigma^2 > 0$ ) son los errores del modelo que se suponen heterocedásticos, debido a la heterogeneidad de las características de cada una de las viviendas transaccionadas.

$\mathbf{T} = (t_{ij})$  y  $\mathbf{S} = (s_{ij})$  son dos matrices positivas ( $t_{ij} \geq 0$ ,  $s_{ij} \geq 0$ ), triangulares inferiores ( $j \geq i \leftrightarrow t_{ij} = 0$  y  $s_{ij} = 0$ ) y estocásticas por filas verificando que  $\mathbf{T}\mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n$  y  $\mathbf{S}\mathbf{1}_n = \mathbf{1}_n$  donde  $\mathbf{1}_n$  denota el vector de  $n$  unos. Dichas matrices modelan, mediante filtros lineales, las influencias espacio-temporales ejercidas por las transacciones realizadas en el pasado sobre la actual, recogiendo de forma no paramétrica las tendencias espacio-temporales no capturadas por el modelo hedónico. Observar, además, que las matrices  $\mathbf{TS}$  y  $\mathbf{ST}$  son también triangulares inferiores permitiendo la modelización de efectos espacio-temporales compuestos.

De esta forma, los términos  $\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha}$ ,  $\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$  describen la influencia que la localización y las características de la vivienda, ejercen en su precio de transacción (modelo hedónico

tradicional). Los términos  $\phi_T \mathbf{T} \mathbf{Y}$  y  $\phi_{TX} \mathbf{T}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\beta)$  recogen la influencia de las tendencias temporales del mercado, medidas a través del precio de las transacciones previas, así como de las innovaciones asociadas a las mismas que reflejan la influencia de otras características de dichas viviendas no recogidas por el modelo hedónico. Por su parte, los términos  $\phi_S \mathbf{S} \mathbf{Y}$  y  $\phi_{SX} \mathbf{S}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\beta)$  canalizan la influencia del entorno espacial de la vivienda medida mediante los precios y las innovaciones asociadas a las transacciones correspondientes a las viviendas espacialmente más cercanas. El resto de los términos capturan posibles interacciones de los efectos anteriores.

Pace y otros (1998, 2000) modelan los efectos espaciales utilizando matrices de la forma:

$$\mathbf{S} = \frac{\sum_{\ell=1}^{m_S} \lambda^\ell \mathbf{S}_\ell}{\sum_{\ell=1}^{m_S} \lambda^\ell} \text{ con } 0 < \lambda \leq 1 \text{ y } m_S \in \mathbf{N} \quad (2.2)$$

donde  $\mathbf{S}_\ell = (s_{ij}^\ell)$  verifica que  $s_{ij}^\ell = 1$  si la  $j$ -ésima transacción de  $\mathbf{Y}$  es la  $\ell$ -ésima más cercana espacialmente a la  $i$ -ésima transacción, siendo  $s_{ij}^\ell = 0$  en otro caso. Por lo tanto, los elementos de  $\mathbf{S}$  sólo toman valores no nulos para las  $m_S$  transacciones previas a una dada, que están más cerca de ella espacialmente, construyendo de esta forma, filtros espaciales que asignan pesos proporcionales a  $\{\lambda^\ell; \ell=1, \dots, m_S\}$  para capturar las tendencias espaciales de carácter local presentes en los datos.

Dichos autores modelan los efectos de dependencia temporal mediante matrices  $\mathbf{T}$  de la forma:

$$t_{ij} = \frac{1}{m_T} \leftrightarrow (i-1) \geq j \geq (i-m_T) \quad (m_T \in \mathbf{N}) \quad (2.3)$$

que dan lugar a filtros lineales temporales de carácter local que asignan el mismo peso a las  $m_T$  transacciones previas a una dada.

En este trabajo, generalizamos las expresiones anteriores y supondremos que  $s_{ij} = f(d_{ij}, m_S, \lambda)$  y  $t_{ij} = g(t_i - t_j, m_T, \gamma)$  donde  $f$  y  $g$  son funciones conocidas,  $0 < \lambda, \gamma \leq 1$ ,  $m_T, m_S \in \mathbf{N}$  y  $t_j$  denota la fecha en la cual se llevó a cabo la  $j$ -ésima transacción.

### 3. Análisis Bayesiano

#### 3.1 Notación

Antes de describir la metodología aplicada en el trabajo introducimos la notación utilizada.

Dado un vector  $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_n)'$  denotaremos  $\mathbf{b}_0 = (b_1, \dots, b_{n_0})'$  y  $\mathbf{b}_1 = (b_{n_0+1}, \dots, b_n)'$ . Así mismo, dada una matriz  $n \times k$   $\mathbf{A} = (a_{ij})$  denotaremos:

$$\mathbf{A}_0 = \begin{pmatrix} a_{1,1} & \dots & a_{1,k} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n_0,1} & \dots & a_{n_0,k} \end{pmatrix} \text{ y } \mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} a_{n_0+1,1} & \dots & a_{n_0+1,k} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,k} \end{pmatrix}$$

donde  $n_0$  verifica  $\max\{m_{T,\max}, m_{S,\max}\} < n_0 < n$  y es el número de observaciones iniciales sobre el cual condicionamos la función de verosimilitud del modelo (2.1) con el fin de disminuir la influencia de las transacciones más antiguas en la estimación de los parámetros del modelo.

Dadas dos variables aleatorias  $X, Y$  denotaremos por  $[X]$  e  $[Y|X]$  las densidades marginal y condicionada de  $X$  e  $Y|X$ , respectivamente.

$U(a,b)$  denota la distribución uniforme en el intervalo  $(a,b)$  con  $a < b \in \mathbf{R}$ ,  $\chi_r^2$  la distribución chi-cuadrado con  $r$  grados de libertad,  $\text{Gamma}(\alpha, \beta)$  la distribución gamma con media  $\frac{\alpha}{\beta}$  y varianza  $\frac{\alpha}{\beta^2}$  y  $U_D(\mathbf{A})$  la distribución uniforme discreta en el conjunto  $\mathbf{A} = \{a_1, \dots, a_q\} \subseteq \mathbf{R}$ .

#### 3.2 Distribución a priori

Para llevar a cabo la estimación del modelo utilizamos la metodología Bayesiana que nos permite incorporar las restricciones e informaciones a priori sobre los parámetros, así como realizar inferencias condicionadas a la información proporcionada por los datos sin tener que recurrir a resultados asintóticos. Además, como LeSage (1999) o Sun y otros (2005) muestran, esta metodología produce estimaciones más robustas de los coeficientes del modelo, al detectar la existencia de heterocedasticidad en los errores del modelo y, aumentar, de este modo, la robustez y eficiencia del proceso de estimación, disminuyendo la influencia ejercida en dicho proceso por las observaciones atípicas.

Por otra parte, la metodología Bayesiana permite la comparación de modelos no anidados utilizando criterios que combinan la bondad de ajuste a los datos con la parsimonia del modelo, seleccionando el más simple y robusto con el mejor comportamiento predictivo.

Para aplicar el paradigma Bayesiano es necesario especificar la distribución a priori sobre los parámetros del modelo. En nuestro caso, dicha distribución viene dada por:

$$\boldsymbol{\alpha} \sim N_q(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\alpha) \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\beta} \sim N_k(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}_\beta) \quad (3.2)$$

$$\phi_i \sim U(-1, 1) \quad i \in \{ T, S, TS, ST, TX, SX, TSX, STX \} \quad (3.3)$$

$$\tau_i = \frac{1}{v_i} \sim \frac{\chi_r^2}{r} \quad i=1, \dots, n \quad (3.4)$$

$$r \sim \text{Gamma}(m_1, m_2) \quad (3.5)$$

$$\tau = \frac{1}{\sigma^2} \sim \text{Gamma}\left(\frac{d_0}{2}, \frac{d_0 s_0}{2}\right) \quad (3.6)$$

$$m_T \sim U_D(\mathbf{m}_{Tred}) \quad (3.7)$$

$$\gamma \sim U(\gamma_{min}, \gamma_{max}) \quad (3.8)$$

$$m_S \sim U_D(\mathbf{m}_{Sred}) \quad (3.9)$$

$$\lambda \sim U(\lambda_{min}, \lambda_{max}) \quad (3.10)$$

siendo las distribuciones (3.1)-(3.10) independientes,  $\boldsymbol{\Sigma}_\alpha$  (qxq) y  $\boldsymbol{\Sigma}_\beta$  (kxk) matrices definidas positivas,  $m_1, m_2, d_0, s_0 > 0, 0 \leq \gamma_{min} \leq \gamma_{max} \leq 1, 0 \leq \lambda_{min} \leq \lambda_{max} \leq 1$  y

$$\mathbf{m}_{Tred} = \{m_{Tred,1}, \dots, m_{Tred,t}\} \text{ con } 0 \leq m_{Tred,1} < \dots < m_{Tred,t} < \infty \text{ y } m_{Tred,i} \in \mathbf{N} \cup \{0\}$$

$$\mathbf{m}_{Sred} = \{m_{Sred,1}, \dots, m_{Sred,s}\} \text{ con } 0 \leq m_{Sred,1} < \dots < m_{Sred,s} < \infty \text{ y } m_{Sred,i} \in \mathbf{N} \cup \{0\}$$

redes discretas de valores posibles de  $m_T$  y  $m_S$  que recogen los valores más factibles de dichos parámetros.

Las distribuciones (3.1)-(3.3) son estándar en la literatura bayesiana y son difusas si  $\boldsymbol{\Sigma}_\alpha = s_\alpha^2 \mathbf{I}_q$  con  $s_\alpha^2 \rightarrow \infty$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}_\beta = s_\beta^2 \mathbf{I}_k$  con  $s_\beta^2 \rightarrow \infty$ . Las distribuciones (3.4)-(3.6) siguen el tratamiento dado en Geweke (1993), LeSage (1999) y Sun y otros (2005) al problema de la heterocedasticidad de los errores del modelo y son difusas si  $m_1, m_2$  y  $d_0 \rightarrow 0$ . En particular, al suponer heterocedasticidad con matriz de varianzas y covarianzas  $\mathbf{V} \neq \mathbf{I}$  diagonal y distribución a priori dada por (3.4), se está suponiendo que la distribución  $\varepsilon_i | \sigma^2$  es una t de Student, que tiene colas más pesadas que la normal, lo cual posibilita una estimación más robusta de los coeficientes del modelo, siendo además una poderosa herramienta de localización de atípicos (ver, por ejemplo, LeSage (1999)).

Observar, finalmente que, a diferencia de Sun y otros (2005) que estiman los valores de los parámetros  $m_S$  y  $m_T$  por validación cruzada, en este trabajo adoptamos un enfoque

completamente Bayesiano del problema, tomando (3.7-3.10) como distribuciones a priori de los parámetros de suavización ( $m_T, \gamma, m_S, \lambda$ ). Este planteamiento permite tener en cuenta la incertidumbre asociada a la estimación de dichos parámetros a la hora de realizar inferencias sobre los mismos y elaborar predicciones de precios de nuevas viviendas.

### 3.3 Distribución a posteriori

Una vez especificadas las ecuaciones del modelo y la distribución a priori sobre los parámetros, las inferencias sobre los mismos se realizan a partir de su distribución a posteriori, que se calcula mediante el Teorema de Bayes.

Sean  $\phi = (\phi_T, \phi_S, \phi_{TS}, \phi_{ST}, \phi_{TX}, \phi_{SX}, \phi_{TSX}, \phi_{STX})'$ ,  $\tau_n = (\tau_1, \dots, \tau_n)'$  y  $\mathbf{V} = \text{diag}(v_1, \dots, v_n)$ . Sea  $\theta = (\alpha, \beta, \phi, \tau_n, r, \tau, m_T, \gamma, m_S, \lambda)'$  el vector de parámetros del modelo. Aplicando el Teorema de Bayes, la distribución a posteriori de los parámetros del modelo (2.1) viene dada por:

$$\begin{aligned}
[\theta | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}] &\propto \\
&\propto [\mathbf{Y}_1 | \alpha, \beta, \phi, \tau_n, \tau, \lambda, m_S, \gamma, m_T, \mathbf{Y}_0, \mathbf{Z}, \mathbf{X}] [\alpha] [\beta] [\phi] [\tau_n | r] [\tau] [\lambda] [m_S] [\gamma] [m_T] \propto \\
&\propto \tau^{\frac{(n-n_0)}{2}} |\mathbf{V}|^{-\frac{1}{2}} \exp\left[-\frac{\tau}{2} \boldsymbol{\varepsilon}_1' \mathbf{V}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_1\right] \exp\left[-\frac{1}{2} \boldsymbol{\alpha}' \boldsymbol{\Sigma}_\alpha^{-1} \boldsymbol{\alpha}\right] \exp\left[-\frac{1}{2} \boldsymbol{\beta}' \boldsymbol{\Sigma}_\beta^{-1} \boldsymbol{\beta}\right] \times \\
&\times \prod_{i \in \{T, S, TS, ST, TX, SX, TSX, STX\}} I_{(-1,1)}(\phi_i) \prod_{i=1}^n \frac{\tau_i^{\frac{r}{2}-1} r^{r/2} \exp\left[-\frac{r}{2} \tau_i\right]}{2^{\frac{r}{2}} \Gamma\left(\frac{r}{2}\right)} I_{(0,\infty)}(\tau_i) r^{m_i-1} \exp[-m_2 r] I_{(0,\infty)}(r) \times \\
&\tau^{\frac{d_0}{2}-1} \exp\left[-\frac{d_0 s_0}{2} \tau\right] I_{(0,\infty)}(\tau) I_{m_{T_{red}}}(m_T) I_{(\gamma_{min}, \gamma_{max})}(\gamma) I_{m_{S_{red}}}(m_S) I_{(\lambda_{min}, \lambda_{max})}(\lambda) \quad (3.11)
\end{aligned}$$

donde  $I_A(x) = 1$  si  $x \in A$  y 0 en otro caso y

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\theta) = \mathbf{u} - \mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} - \phi_T \mathbf{T}\mathbf{Y} - \phi_S \mathbf{S}\mathbf{Y} - \phi_{TS} \mathbf{T}\mathbf{S}\mathbf{Y} - \phi_{ST} \mathbf{S}\mathbf{T}\mathbf{Y} - \phi_{TX} \mathbf{T}\mathbf{u} - \phi_{SX} \mathbf{S}\mathbf{u} - \phi_{TSX} \mathbf{T}\mathbf{S}\mathbf{u} - \phi_{STX} \mathbf{S}\mathbf{T}\mathbf{u}$$

con  $\mathbf{u} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}$ .

### 3.4 Estimación de los parámetros

La estimación de los parámetros se realiza a partir de las distribuciones marginales de la distribución a posteriori (3.11). Dado que esta distribución es analíticamente intratable, recurrimos a los llamados método de Monte Carlo basados en la simulación de cadenas de Markov (en inglés métodos MCMC que son las iniciales de *Monte Carlo Markov Chain*) para calcularlas. En nuestro caso utilizamos el Gibbs sampling, que es uno de los métodos más

utilizados para construir una de dichas cadenas. En Salvador y otros (2006) se describe el algoritmo para extraer dicha muestra. Como resultado del mismo se obtiene una muestra

$$\{\boldsymbol{\theta}^{(i)}; i = 1, \dots, n_{\text{muestra}}\} = \{(\boldsymbol{\alpha}^{(i)}, \boldsymbol{\beta}^{(i)}, \phi^{(i)}, \boldsymbol{\tau}_n^{(i)}, \mathbf{r}^{(i)}, \boldsymbol{\tau}^{(i)}, \mathbf{m}_T^{(i)}, \gamma^{(i)}, \mathbf{m}_S^{(i)}, \boldsymbol{\lambda}^{(i)}); i = 1, \dots, n_{\text{muestra}}\} \quad (3.12)$$

a partir de la cual se pueden realizar inferencias acerca de los parámetros del modelo (2.1). En particular, se pueden calcular estimaciones puntuales de los mismos utilizando las medias y medianas de las componentes de (3.12), que son estimaciones de la media y la mediana a posteriori o intervalos de credibilidad bayesianos con un nivel de confianza dado utilizando los cuantiles adecuados.

### 3.5 Resultados empíricos

La variable dependiente de nuestro modelo es el logaritmo del precio de la vivienda transaccionada. Las variables independientes son las descritas en la sección 1.2 con la antigüedad y la superficie útil de la vivienda transformadas logarítmicamente. De esta forma, los coeficientes de los modelos hedónicos estimados se interpretan como elasticidades del precio de la vivienda con respecto a las variables independientes.

En el caso de las variables categóricas no binarias, es decir, el número de habitaciones y el tipo de calefacción, adoptaremos la codificación indicador, tomando como categorías de referencias número de habitaciones igual a 5 y calefacción colectiva. De esta forma, se busca capturar la existencia de posibles efectos no lineales de dichas variables sobre el precio, evitando de paso, posibles problemas de identificabilidad.

Así mismo, y con el fin de capturar de forma parsimoniosa las dependencias espacio-temporales observadas en los datos (ver Gráficos 10 y 11), se incluyó una tendencia lineal temporal junto con las coordenadas UTM en la lista de variables explicativas.

Además, y dado que según el diagrama de autocorrelaciones espaciales de la Gráfico 11 existen dependencias significativas de hasta un orden de 35 retardos, tomamos para la construcción de las matrices  $\mathbf{T}$  y  $\mathbf{S}$ ,  $m_{Tred} = m_{Sred} = \{0, 1, \dots, 35\}$ , con el fin de modelar mediante (2.1) dependencias de carácter residual no capturadas por las variables anteriores.

Finalmente, y para evitar posibles problemas de identificabilidad, se tomó  $\mathbf{Z} = 1$  poniendo en  $\mathbf{X}$  el resto de las variables explicativas del modelo ( $q=1$ ,  $p=18$ ).

#### 3.5.1 Especificación del Modelo y Distribución a Priori

Con el fin de que la distribución a priori sea poco informativa tomamos  $\Sigma_\alpha = 10000$ ,  $\Sigma_\beta = 10000 \mathbf{I}_{18}$ ;  $d_0 = 0.01$  y  $s_0 = 1$ . Así mismo, tomamos  $m_1 = 1$  y  $m_2 = 1/4$  que corresponde a

un valor esperado de  $r = 4$ , valor aconsejado por LeSage (1999) para modelar la posible existencia de un grado medio de heterocedasticidad en los datos.

Respecto a la forma de las matrices **T** y **S** tomamos

$$t_{ij}(t_i-t_j, m_T, \gamma) = \frac{\gamma^{j-i}}{\sum_{\ell=1}^{m_T} \gamma^\ell} \text{ si } i+1 \leq j \leq i+m_T$$

$$s_{ij}(d_{ij}, \lambda, m_S) = \frac{\lambda^{\ell_{ij}}}{\sum_{\ell=1}^{m_S} \lambda^\ell} \text{ si } j \in \{j < i: \ell_{ij} \in \{1, \dots, m_S\}\} \text{ y } 0 \text{ en otro caso}$$

donde  $\ell_{ij}$  denota el ranking ocupado por la distancia  $d_{ij}$  en el conjunto  $\{d_{ik}: k > i\}$

Tomamos además  $\gamma_{\min} = \lambda_{\min} = 0$  y  $\gamma_{\max} = \lambda_{\max} = 1$ , ampliando el rango de valores de los parámetros de suavización considerados en Pace y otros (1998, 2000).

Para disminuir el efecto de las transacciones iniciales se tomó  $n_0 = 163$  observaciones que corresponde al periodo comprendido entre Noviembre de 2002 a Marzo de 2003.

### 3.5.2 Estimación de los Parámetros

El Gibbs sampling fue ejecutado durante 10000 iteraciones, descartando las 1000 primeras, que fue el número de iteraciones estimado para alcanzar la convergencia de la cadena tras un análisis de las series correspondientes a los parámetros de los modelos. De las 9000 iteraciones restantes se tomó una cada 10 pasos, con el fin de reducir significativamente el grado de autocorrelación de la muestra.

En las Tablas 3 y 4 se muestran las estimaciones puntuales de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\phi$  (Tabla 3),  $m_T$ ,  $\gamma$ ,  $m_S$ ,  $\lambda$  y  $r$  (Tabla 4) obtenidas a partir de su mediana a posteriori, así como los límites de los intervalos de credibilidad Bayesianos del 95% construidos a partir de los cuantiles 2.5 y 97.5 de sus distribuciones a posteriori.

Analizando las estimaciones de los coeficientes hedónicos  $\beta$  (ver Tabla 3 en las columnas correspondientes al modelo STGAR heterocedástico), se observa que las variables que ejercen una influencia significativa sobre la evolución espacio-temporal de los precios son la superficie, la antigüedad, el tipo de adquisición y la existencia de ascensor. Los signos de dichos coeficientes coinciden, además, con los valores esperados. Así, la superficie de los inmuebles ejerce una influencia positiva, indicando que a mayor superficie mayor precio. Se estima, en particular, que un aumento del 1% en la superficie útil de la vivienda tiene un impacto positivo de alrededor de un 0.76% en el incremento del precio de la vivienda. En el caso de la antigüedad del edificio la influencia ejercida es negativa, reflejando la

penalización que tiene en el precio la edad del edificio. Un aumento del 1% en la edad del edificio tiene un impacto negativo del 0.16% en el incremento del precio de la vivienda.

El hecho de que el tipo de adquisición no sea una compraventa (herencias, donaciones, etc.), ejerce una influencia negativa sobre el precio estimándose en alrededor de un 47% la disminución de su precio. Ello es debido a la necesidad de imputar un valor a la vivienda con el fin del pago de impuestos. La existencia de ascensor queda reflejada de forma positiva en el precio, estimándose en torno a un 17% el incremento en el valor de la vivienda.

Así mismo, se observa una influencia directa de la coordenada UTM Y debido a que las viviendas situadas más al Norte de la zona analizada están situadas en las zonas más céntricas de la ciudad, mientras que las del Sur tienden a estar situadas en barrios periféricos.

Se aprecia, además, la existencia de una tendencia temporal creciente sistemática que cifra el crecimiento trimestral del nivel de precios en torno a un 2.65%, cifra que coincide esencialmente con la estimada a partir del estudio de la evolución de los precios medio y mediano (ver Tabla 2). Una posible explicación de este hecho es que, aunque existen dependencias espacio-temporales de carácter local capturadas por el modelo, éstas tienen un carácter más bien residual, sin que marquen diferencias excesivamente significativas con respecto a los modelos hedónicos, sobre todo en el comportamiento predictivo de los mismos (ver Tablas 5 y 6 más abajo).

Los coeficientes  $\phi$  más significativos son positivos y corresponden a  $\phi_{TY}$  y  $\phi_{SX}$  que modelan efectos temporales y espaciales, sin interacción. Este hecho pone de manifiesto la existencia de tendencias locales crecientes de carácter temporal y espacial no capturadas por la parte hedónica del modelo. Estas pueden ser el reflejo de la influencia de variables omitidas y/o de la posible existencia de una burbuja de precios.

Tabla 3

Estimación de los parámetros  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\phi$

|                 | Modelos                |                |                |                     |                |                |                     |                |                |                       |                |                |
|-----------------|------------------------|----------------|----------------|---------------------|----------------|----------------|---------------------|----------------|----------------|-----------------------|----------------|----------------|
|                 | Hedónico Homocedástico |                |                | STEAR Homocedástico |                |                | STGAR Homocedástico |                |                | STGAR Heterocedástico |                |                |
| Coefficientes   | C2.5                   | Mediana        | C97.5          | C2.5                | Mediana        | C97.5          | C2.5                | Mediana        | C97.5          | C2.5                  | Mediana        | C97.5          |
| Constante       | <b>84.163</b>          | <b>90.265</b>  | <b>96.447</b>  | -13.943             | 13.953         | 49.732         | -27.429             | 19.178         | 115.393        | -45.639               | -0.4373        | 29.727         |
| $Z_x$           | <b>-0.0005</b>         | <b>-0.0003</b> | <b>-0.0001</b> | -0.0005             | -0.0003        | 0.0000         | -0.0005             | -0.0002        | 0.0001         | -0.0004               | -0.0001        | 0.0001         |
| $Z_y$           | <b>0.0000</b>          | <b>0.0001</b>  | <b>0.0002</b>  | <b>0.0000</b>       | <b>0.0001</b>  | <b>0.0003</b>  | <b>0.0000</b>       | <b>0.0001</b>  | <b>0.0003</b>  | <b>0.0001</b>         | <b>0.0002</b>  | <b>0.0003</b>  |
| Trimestre       | <b>0.0158</b>          | <b>0.0365</b>  | <b>0.0553</b>  | <b>0.0015</b>       | <b>0.0316</b>  | <b>0.0715</b>  | -0.0026             | 0.0311         | 0.0698         | <b>0.0073</b>         | <b>0.0265</b>  | <b>0.0477</b>  |
| Log(Superficie) | <b>0.6362</b>          | <b>0.7563</b>  | <b>0.8820</b>  | <b>0.6345</b>       | <b>0.7642</b>  | <b>0.8924</b>  | <b>0.6093</b>       | <b>0.7454</b>  | <b>0.8818</b>  | <b>0.6557</b>         | <b>0.7640</b>  | <b>0.8643</b>  |
| Log(Antigüedad) | <b>-0.2883</b>         | <b>-0.2275</b> | <b>-0.1680</b> | <b>-0.2252</b>      | <b>-0.1569</b> | <b>-0.0896</b> | <b>-0.2418</b>      | <b>-0.1726</b> | <b>-0.1029</b> | <b>-0.2136</b>        | <b>-0.1563</b> | <b>-0.1091</b> |
| VPO             | -0.0832                | -0.0070        | 0.0682         | -0.0807             | -0.0076        | 0.0692         | -0.0814             | -0.0005        | 0.0761         | -0.0082               | 0.0448         | 0.1022         |
| No compraventa  | <b>-0.5614</b>         | <b>-0.4733</b> | <b>-0.3806</b> | <b>-0.5496</b>      | <b>-0.4689</b> | <b>-0.3792</b> | <b>-0.5573</b>      | <b>-0.4709</b> | <b>-0.3801</b> | <b>-0.5333</b>        | <b>-0.4661</b> | <b>-0.3985</b> |
| Indmissing      | -0.1438                | -0.0147        | 0.1069         | -0.1388             | -0.0230        | 0.1044         | -0.1368             | -0.0161        | 0.0990         | -0.0801               | 0.0119         | 0.1044         |
| Refrigeración   | -0.0944                | 0.0097         | 0.1110         | -0.1025             | 0.0050         | 0.1059         | -0.1034             | 0.0021         | 0.1025         | -0.0012               | 0.0782         | 0.1572         |
| Calefacción Ind | -0.2170                | -0.1064        | 0.0083         | -0.2134             | -0.0985        | 0.0268         | -0.2204             | -0.1052        | 0.0173         | -0.0993               | -0.0104        | 0.0815         |
| Sin Calefacción | -0.1917                | -0.0595        | 0.0756         | -0.1674             | -0.0339        | 0.1052         | -0.1860             | -0.0450        | 0.1079         | -0.0874               | 0.0100         | 0.1142         |
| Entrada de Gas  | -0.2286                | -0.0663        | 0.0796         | -0.2035             | -0.0607        | 0.0951         | -0.2098             | -0.0617        | 0.0819         | -0.1544               | -0.0428        | 0.0724         |
| Nhabit<4        | -0.1109                | 0.0430         | 0.2046         | -0.1090             | 0.0368         | 0.1768         | -0.1263             | 0.0312         | 0.1821         | -0.1401               | -0.0297        | 0.0874         |
| Nhabit =4       | -0.1181                | -0.0171        | 0.0838         | -0.1230             | -0.0276        | 0.0663         | -0.1134             | -0.0192        | 0.0862         | -0.1023               | -0.0375        | 0.0322         |
| Nhabit >5       | -0.0741                | 0.0593         | 0.2033         | -0.1390             | 0.0063         | 0.1488         | -0.1130             | 0.0282         | 0.1816         | -0.1461               | -0.0453        | 0.0604         |
| Ascensor        | <b>0.0431</b>          | <b>0.1228</b>  | <b>0.2053</b>  | <b>0.0481</b>       | <b>0.1360</b>  | <b>0.2283</b>  | <b>0.0245</b>       | <b>0.1193</b>  | <b>0.2172</b>  | <b>0.1002</b>         | <b>0.1672</b>  | <b>0.2278</b>  |
| Portero         | <b>0.0457</b>          | <b>0.1353</b>  | <b>0.2287</b>  | <b>0.0472</b>       | <b>0.1552</b>  | <b>0.2628</b>  | <b>0.0096</b>       | <b>0.1309</b>  | <b>0.2374</b>  | -0.0132               | 0.0608         | 0.1325         |
| Parking         | <b>-0.2353</b>         | <b>-0.1246</b> | <b>-0.0155</b> | -0.2124             | -0.0995        | 0.0129         | -0.2117             | -0.1025        | 0.0092         | -0.1212               | -0.0361        | 0.0438         |
| $\phi_{TX}$     |                        |                |                | <b>0.0242</b>       | <b>0.1155</b>  | <b>0.4416</b>  | -0.5478             | 0.0030         | 0.4109         | -0.1489               | -0.0216        | 0.1561         |
| $\phi_{SX}$     |                        |                |                | <b>0.0421</b>       | <b>0.2230</b>  | <b>0.6068</b>  | -0.1068             | 0.1956         | 0.7681         | <b>0.0591</b>         | <b>0.3753</b>  | <b>0.7469</b>  |
| $\phi_{TSX}$    |                        |                |                | -0.1458             | 0.2151         | 0.4238         | -0.7320             | 0.2561         | 0.8049         | -0.0330               | 0.3453         | 0.7614         |
| $\phi_{STX}$    |                        |                |                | -0.2182             | 0.2863         | 0.4913         | -0.9274             | 0.2889         | 0.8199         | -0.8036               | -0.1027        | 0.4130         |
| $\phi_{TY}$     |                        |                |                |                     |                |                | -0.0446             | 0.1534         | 0.7786         | <b>0.0271</b>         | <b>0.1351</b>  | <b>0.2481</b>  |
| $\phi_{SY}$     |                        |                |                |                     |                |                | -0.1193             | 0.0847         | 0.2993         | -0.0066               | 0.1670         | 0.3527         |
| $\phi_{TSY}$    |                        |                |                |                     |                |                | -0.8339             | -0.1383        | 0.3773         | -0.4948               | -0.2101        | 0.0272         |
| $\phi_{STY}$    |                        |                |                |                     |                |                | -0.5661             | -0.0508        | 0.6301         | -0.1337               | 0.2666         | 0.7382         |

(en negrita los valores significativos para un nivel de credibilidad del 95%)

Respecto a los parámetros que determinan la estimación de dichas dependencias locales (ver Tabla 4), se observa en primer lugar, que respecto a las dependencias temporales (parámetros  $m_T$  y  $\gamma$ ) existe una gran incertidumbre, sin que puedan indicarse valores típicos. No ocurre lo mismo con respecto a los que rigen las dependencias espaciales (parámetros  $m_S$  y  $\lambda$ ) observándose que ambos tienden a situarse en valores medios-altos de su espacio paramétrico, debido muy probablemente, a la alta concentración de viviendas de la zona analizada.

**Tabla 4**  
**Estimaciones de los parámetros  $m_T$ ,  $m_S$ ,  $\gamma$ ,  $\lambda$  y  $r$  para los modelos STAR**

| Parámetros |         | Modelos                |                        |                          |
|------------|---------|------------------------|------------------------|--------------------------|
|            |         | STEAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Heterocedástico |
| $m_T$      | C2.5    | 1                      | 1                      | 1                        |
|            | Mediana | 13                     | 21                     | 17                       |
|            | C97.5   | 34                     | 34                     | 35                       |
| $m_S$      | C2.5    | 4                      | -                      | 10                       |
|            | C50     | 13                     | 21                     | 26                       |
|            | C97.5   | 34                     | 35                     | 35                       |
| $\gamma$   | C2.5    | 0.0014                 | 0.0120                 | 0.0113                   |
|            | Mediana | 0.1012                 | 0.5305                 | 0.2376                   |
|            | C97.5   | 0.9498                 | 0.9932                 | 0.8111                   |
| $\lambda$  | C2.5    | 0.5845                 | 0.5310                 | 0.8299                   |
|            | Mediana | 0.7810                 | 0.8275                 | 0.9201                   |
|            | C97.5   | 0.9872                 | 0.9891                 | 0.9924                   |
| $r$        | C2.5    |                        |                        | 2.14                     |
|            | Mediana |                        |                        | 2.72                     |
|            | C97.5   |                        |                        | 3.53                     |

### 3.6 Bondad de ajuste

El análisis de la bondad de ajuste del modelo se lleva a cabo mediante el estudio de sus residuos, analizando la existencia de patrones sistemáticos en los mismos no capturados por el modelo, tanto en media como en varianza o en autocorrelación. Los residuos a analizar son los residuos estandarizados, que vienen dados por:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}(\boldsymbol{\theta}) = \tau \mathbf{V}^{-1/2} \boldsymbol{\varepsilon} \text{ donde } \mathbf{V}^{-1/2} = \text{diag}(\tau_1^{1/2}, \dots, \tau_n^{1/2}) \text{ y} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}(\boldsymbol{\theta}) = & \mathbf{Y} - (\mathbf{Z}\boldsymbol{\alpha} + \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \phi_T \mathbf{T}\mathbf{Y} + \phi_S \mathbf{S}\mathbf{Y} + \phi_{TS} \mathbf{T}\mathbf{S}\mathbf{Y} + \phi_{ST} \mathbf{S}\mathbf{T}\mathbf{Y} + \\ & + \phi_{TX} \mathbf{T}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{SX} \mathbf{S}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{TSX} \mathbf{T}\mathbf{S}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) + \phi_{STX} \mathbf{S}\mathbf{T}(\mathbf{Y}-\mathbf{X}\boldsymbol{\beta})) \end{aligned}$$

Para llevar a cabo dicho estudio se utilizan las distribuciones a posteriori de los mismos, calculadas a partir de la distribución a posteriori  $\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}$ . En Salvador y otros (2006) se describen los detalles de cómo hacerlo.

La validación del modelo se realiza desde un punto de vista intra y extramuestral. En la validación intramuestral, la muestra de validación coincide con la muestra observada, con lo cual se realiza un doble uso de los datos observados, que podría conducir a problemas de sobreajuste. Por dicha razón, es conveniente complementar el estudio anterior con uno de validación extramuestral, que nos permitirá evaluar la significación práctica de los resultados desde un punto de vista predictivo.

En la validación extramuestral los datos observados se dividen en dos submuestras: una de estimación  $\mathbf{Y}_{est} = (y_1, \dots, y_{n_{est}})'$  y otra de validación  $\mathbf{Y}_{val} = (y_{n_{est}+1}, \dots, y_n)'$  donde  $n_0 < n_{est} < n$  es el tamaño muestral de la muestra de estimación. Utilizando la información proporcionada por la muestra de estimación  $(\mathbf{Y}_{est}, \mathbf{Z}_{est}, \mathbf{X}_{est})$  donde  $\mathbf{Z}_{est} = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_{n_{est}})$  y  $\mathbf{X}_{est} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n_{est}})$ , se realiza la estimación de los parámetros del modelo, calculando la distribución a posteriori  $\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}_{est}, \mathbf{Z}_{est}, \mathbf{X}_{est}$ . En el periodo de validación se analizaría el comportamiento predictivo del modelo calculando la distribución predictiva extramuestral:

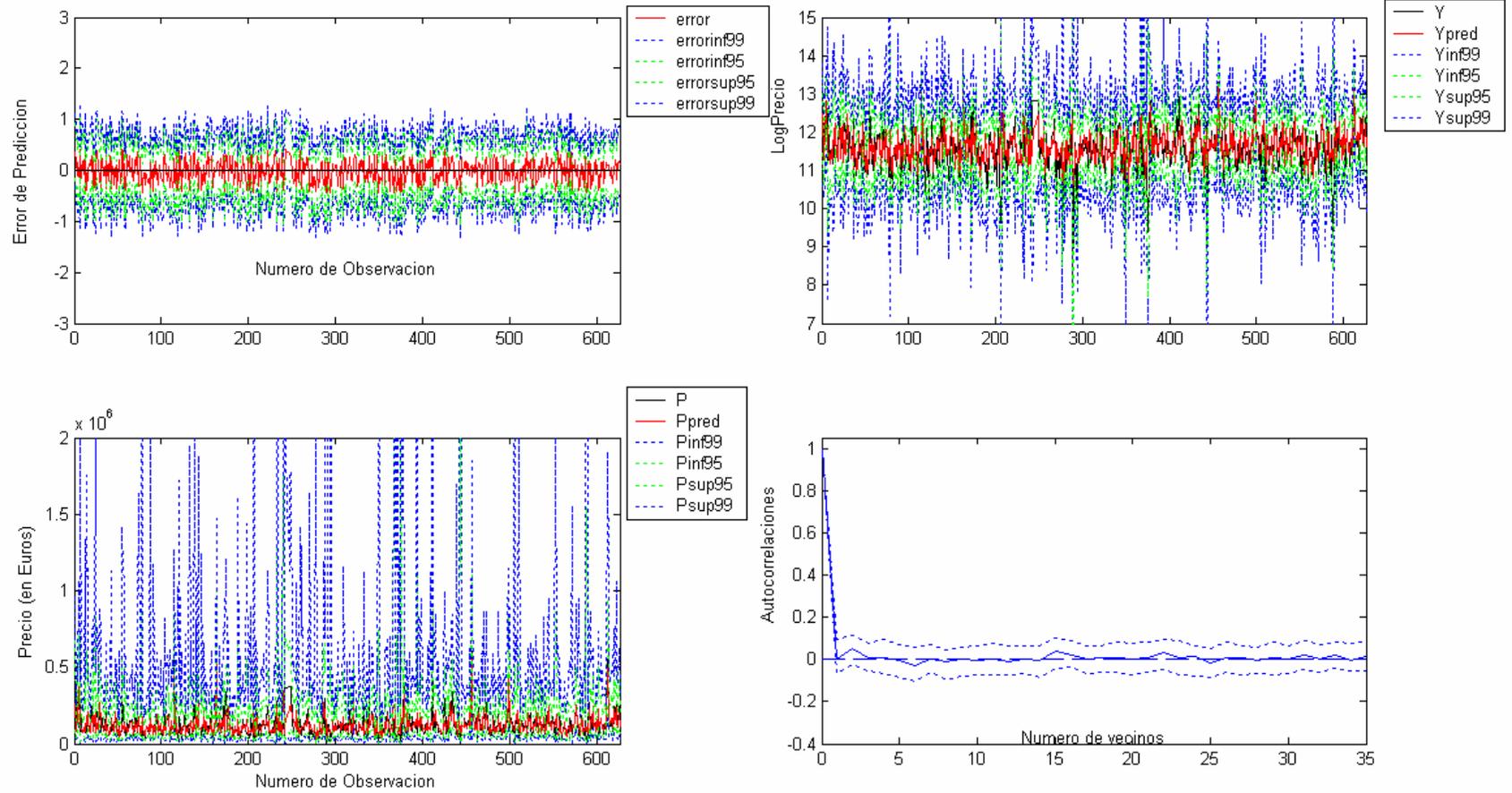
$$\mathbf{Y}_{val} | \mathbf{Y}_{est}, \mathbf{Z}, \mathbf{X} \sim \int [\mathbf{Y}_{val} | \mathbf{Y}_{est}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}, \boldsymbol{\theta}] [\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}_{est}, \mathbf{Z}_{est}, \mathbf{X}_{est}] d\boldsymbol{\theta} \quad (3.14)$$

En Salvador y otros (2006) se describe cómo calcular esta distribución mediante el muestreo de composición, así como el procedimiento de validación extramuestral seguido en el trabajo.

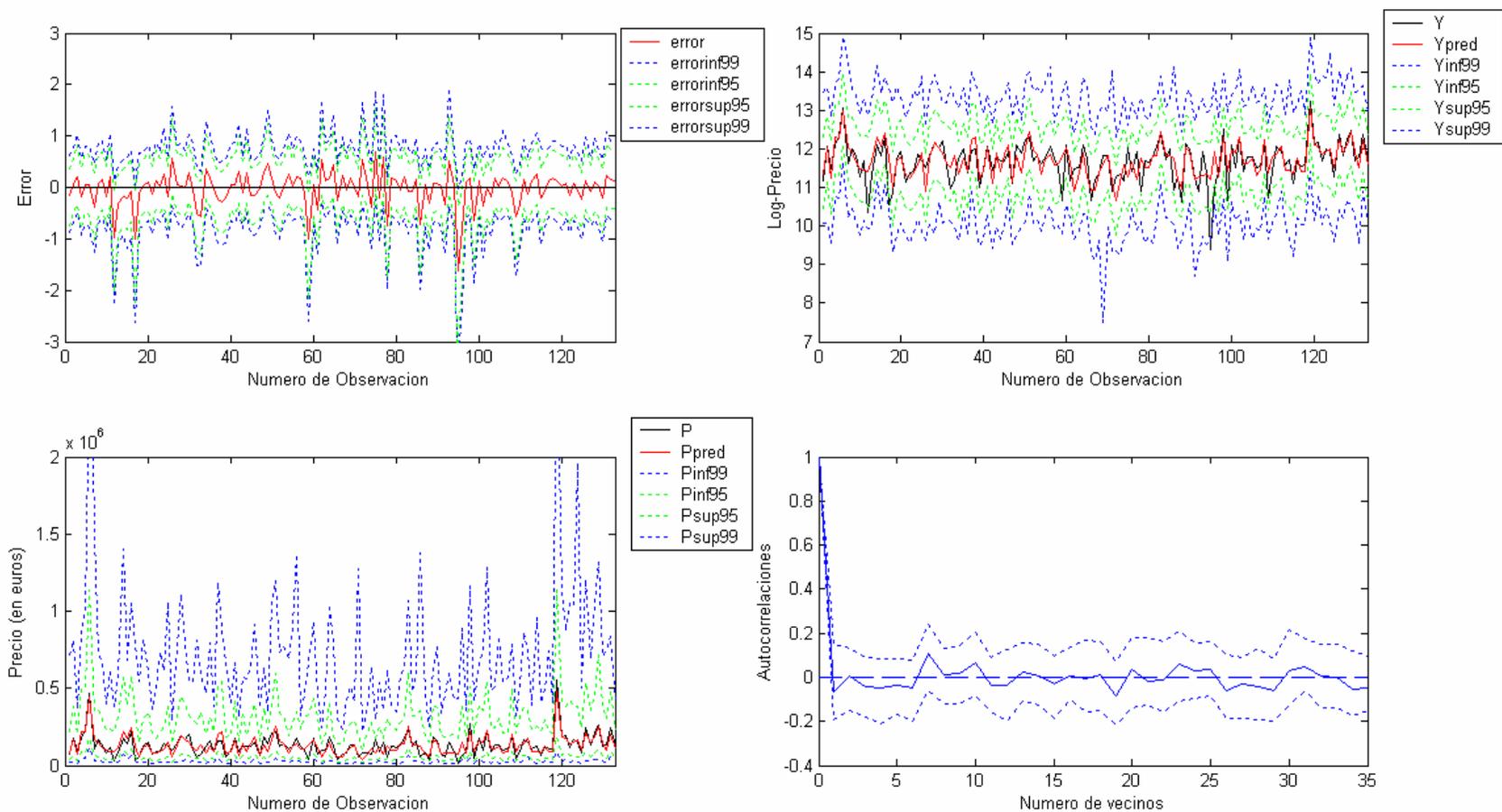
En nuestro caso se tomó como periodo de estimación el comprendido entre Noviembre de 2002 y Junio de 2004 ( $n_{est} = 655$ ), y como periodo de validación el resto del periodo ( $n_{val} = 133$ ). Los resultados obtenidos del análisis de la bondad de ajuste del modelo se muestran en los Gráficos 12 y 14 (validación intramuestral), 13 y 15 (validación extramuestral) y en las Tablas 5 y 6. Se observa que el modelo consigue eliminar correctamente las dependencias espacio-temporales existentes en los datos, aunque las amplitudes de los intervalos predictivos intramuestrales son excesivamente amplias y los cubrimientos muy altos (ver Tabla 5). Así mismo, los errores de predicción, tanto intra como extramuestrales, están muy concentrados en torno a 0 (ver Gráficos 12, 13, 14 y 15), traducándose en una alta leptocurtosis residual (ver Tabla 6). Todo ello se debe, por un lado, al elevado grado de incertidumbre asociada a la estimación de los parámetros y, por el otro, a la leptocurtosis de la distribución de los errores (el valor estimado del parámetro  $r$  oscila en torno a 2.72), provocada por la hipótesis de heterocedasticidad de los mismos. Así mismo se observa la existencia de asimetría negativa significativa (ver Tabla 6) debida a la presencia de atípicos (ver Gráficos 14 y 15).

Con el fin de mejorar el ajuste del modelo a los datos, procedemos en la sección siguiente, a una simplificación del mismo utilizando criterios de comparación de modelos.

**Gráfico 12**  
**Bondad de ajuste intramuestral del modelo STGAR Heterocedástico**



**Gráfico 13**  
**Validación extramuestral del modelo STGAR Heterocedástico**



## 4. Simplificación del modelo

La comparación de modelos se realiza utilizando criterios numéricos, que evalúan la bondad de ajuste del modelo a los datos, su grado de parsimonia, así como su comportamiento predictivo extramuestral. En la siguiente subsección describimos los criterios usados.

### 4.1 Criterios de comparación

Si  $M$  denota uno de los modelos comparados y  $\theta_M$  su vector de parámetros, utilizaremos los siguientes criterios propuestos en la literatura.

- La pérdida predictiva a posteriori

Este criterio fue propuesto por Gelfand y Gosh (1998), y busca evaluar el comportamiento predictivo del modelo en futuras réplicas de los datos similares a los observados. Dicho criterio viene dado por la siguiente expresión:

$$GG(M) = \sum_{i=n_0}^n \left( y_i - E[Y_{i,rep} | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}, M] \right)^2 + \sum_{i=n_0}^n \text{Var}(Y_{i,rep} | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}, M) \quad (4.1)$$

donde  $\{Y_{i,rep}; i=n_0, \dots, n\}$  son réplicas de los datos observados y se utiliza la distribución predictiva dada por:

$$[Y_{i,rep} | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}, M] = \int [Y_{i,rep} | \mathbf{Y}_{i-1,rep}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}, \theta] [\theta | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}] d\theta \quad i=n_0+1, \dots, n \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{Y}_{i,rep} = (Y_{1,rep}, \dots, Y_{i,rep})'$  con  $Y_{j,rep} = y_j \quad j = 1, \dots, n_0$ .

El primer término del criterio  $GG(M)$  evalúa el grado de ajuste del modelo a los datos, mientras que el segundo evalúa su grado de parsimonia de forma que, cuanto menor es su valor más adecuado es el modelo para predecir réplicas futuras de los datos observados.

El cálculo de (4.1) se realiza aplicando el método de Monte Carlo a partir de una muestra de (4.2) obtenida mediante el muestreo de composición. Los detalles del algoritmo utilizado pueden encontrarse en Salvador y otros (2006).

- El coeficiente de determinación múltiple:

$$R^2(M) = 1 - \frac{\sum_{i=n_0}^n \left( y_i - E[y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M] \right)^2}{\sum_{i=n_0}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

donde  $\mathbf{Z}_i = (\mathbf{z}_1, \dots, \mathbf{z}_i)$ ,  $\mathbf{X}_i = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_i)$  e  $\mathbf{Y}_i = (y_1, \dots, y_i)'$ . Este criterio toma valores entre 0 y 1 y evalúa, en tanto por uno, la variación de los datos observados explicada por el modelo de forma que, cuanto mayor es su valor, mejor es el grado de ajuste del modelo a los datos.

Los siguientes criterios evalúan el comportamiento predictivo extramuestral del modelo M.

- La raíz del error cuadrático medio extramuestral

$$\text{RMSE}(M) = \sqrt{\frac{1}{n - n_{\text{est}}} \sum_{i=n_{\text{est}}+1}^n (y_i - \hat{E}(y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M))^2}$$

- La desviación absoluta media extramuestral

$$\text{MAD}(M) = \frac{1}{n - n_{\text{est}}} \sum_{i=n_{\text{est}}+1}^n |y_i - \text{M}\hat{e}d(y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M)|$$

En estos dos criterios el cálculo de  $\hat{E}(y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M)$  y  $\text{M}\hat{e}d(y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M)$  se hace a partir de las distribuciones predictivas extramuestrales dadas por:

$$y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M \sim \int [y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, \boldsymbol{\theta}_M] [\boldsymbol{\theta}_M | \mathbf{Y}_{\text{est}}, \mathbf{Z}_{\text{est}}, \mathbf{X}_{\text{est}}] d\boldsymbol{\theta}_M; i=n_{\text{est}}+1, \dots, n$$

Dichas distribuciones se obtienen a partir del muestreo de composición descrito en Salvador y otros (2006) aplicado a una muestra de la distribución a posteriori  $\boldsymbol{\theta}_M | \mathbf{Y}_{\text{est}}, \mathbf{X}_{\text{est}}$ . Cuanto menor es el valor de ambos criterios, mejor es el comportamiento predictivo extramuestral del modelo M.

- El logaritmo de la densidad predictiva extramuestral

$$\text{LSPRED}(M) = \sum_{i=n_{\text{est}}+1}^n \log[y_i | \mathbf{Y}_{i-1}, \mathbf{Z}_i, \mathbf{X}_i, M]$$

El cálculo de este criterio se realiza aplicando el muestreo de composición descrito en Salvador y otros (2006). Cuanto mayor es su valor, mejor es el comportamiento predictivo extramuestral del modelo M.

## 4.2. Modelos comparados

Los modelos comparados se obtienen a partir de (2.1) realizando diversas hipótesis acerca de la dependencia espacio-temporal presente en los datos. Así, los *modelos hedónicos* suponen que  $m_S = m_T = 0$  (y, por lo tanto,  $\mathbf{S} = \mathbf{T} = \mathbf{0}$ ) y que, por lo tanto, las variables explicativas  $\mathbf{Z}$  y  $\mathbf{X}$  capturan todas las dependencias espacio-temporales existentes en los datos. Los modelos *espacio-temporales autorregresivos mixtos* (STMAR) vienen dados por (2.1) pero suponiendo  $\phi_{TX} = \phi_{SX} = \phi_{TSX} = \phi_{STX} = 0$  y supone, por lo tanto, que las dependencias espacio-temporales no capturadas por las variables explicativas de  $\mathbf{X}$  vienen

capturadas por retardos de la variable dependiente. Los modelos espacio-temporales de errores autorregresivos (STEAR), por su parte, vienen dados por (2.1) pero suponiendo que  $\phi_{TY} = \phi_{SY} = \phi_{TSY} = \phi_{STY} = 0$ ; son, por lo tanto, modelos que suponen que las dependencias espacio-temporales de carácter local se dan en los residuos  $\mathbf{u} = \mathbf{Y} - \mathbf{X}$ ; finalmente, los modelos *espacio-temporales autorregresivos generalizados (STGAR)* que vienen dados por (2.1) y que incluyen como casos particulares los modelos STMAR y STEAR. Estas hipótesis se combinan con otras respecto a la homocedasticidad o heterocedasticidad de los residuos  $\varepsilon$ . Así, los modelos homocedásticos suponen que  $\mathbf{V} = \mathbf{I}$  y que, por lo tanto,  $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$ ;  $i=1, \dots, N$ . Los modelos heterocedásticos, por su parte, suponen  $\mathbf{V} \neq \mathbf{I}$  y diagonal, con distribución a priori dada por (3.4). La combinación de estos dos tipos de hipótesis da lugar a 8 clases de modelos diferentes, que son los que compararemos utilizando los criterios descritos en la sección 4.1.

La estimación de los parámetros de cada uno de estos modelos, se ha realizado utilizando como valores de los parámetros de las distribuciones a priori correspondientes los que aparecen en la sección 3.5.1 y aplicando versiones adaptadas del algoritmo general descrito en Salvador y otros (2006), utilizando únicamente las distribuciones completamente condicionadas que sean relevantes para el modelo en cuestión.

#### 4.3. Resultados del proceso de comparación

En la Tabla 5 se muestran los resultados obtenidos en el proceso de comparación de modelos tanto intramuestral como extramuestralmente. Se observa que, en términos de ajuste y parsimonia los modelos homocedásticos son los que mejor comportamiento presentan, siendo el modelo STEAR el mejor de ellos sin que las diferencias con el resto de los modelos homocedásticos sean excesivamente amplias. Los modelos heterocedásticos, por su parte, presentan claros problemas de falta de parsimoniosidad sin que su ajuste sea mucho mejor que el de los modelos homocedásticos (ver Tabla 5). Tienden, además, a mostrar una tendencia significativa al sobrecubrimiento debido, fundamentalmente, al elevado grado de leptocurtosis de la distribución predictiva estimada, fruto de una estimación del parámetro  $r$  que oscila en torno a 2.7 en todos los casos.

Con el fin de calibrar el grado de significación práctico de las diferencias anteriores, se realizó un procedimiento de validación extramuestral, tomando como periodos de estimación y validación los mencionados en la sección 3.6. Los modelos homocedásticos vuelven a ser los que mejor capturan la evolución extramuestral de los precios en términos de ajuste y parsimonia, teniendo los valores más altos con respecto al criterio  $LS_{\text{PRED}}$  (ver Tabla 5). Llama la atención, en particular, que el mejor comportamiento extramuestral corresponda al modelo hedónico homocedástico. Este hecho pone de manifiesto el carácter residual poco relevante de las dependencias espacio-temporales de carácter local capturadas por los modelos STAR, siendo la tendencia espacio-temporal determinística modelada por el modelo hedónico la que dirige el movimiento general de los precios en la zona analizada.

Ello es debido, muy probablemente, a que la zona elegida es bastante homogénea y no excesivamente grande, por lo que la evolución espacio-temporal de los precios de las transacciones ahí realizadas tiene un carácter global.

En la Tabla 6 y las Gráficos 14 a 19 se analizan los residuos predictivos intra y extramuestrales de los modelos con mejor comportamiento intra (modelo STEAR homocedástico) y extramuestral (Hedónico Homocedástico). Se observa que, con carácter general, las predicciones elaboradas por los modelos comparados se ajustan adecuadamente a la evolución del nivel de precios de las transacciones, con niveles de cubrimiento empíricos muy cercanos a los esperados (ver Tabla 5) y sin que se observen sesgos ni dependencias espacio-temporales dignas de mención tanto intramuestral como extramuestralmente (ver Tabla 6 y Gráficos 14 a 19). Cabe destacar, sin embargo, que los residuos de los modelos homocedásticos tienen una menor asimetría y leptocurtosis que el modelo STGAR heterocedástico mejorando, por lo tanto, la bondad de ajuste a los datos.

Finalmente, en la Tabla 3 se muestran las estimaciones de los coeficientes hedónicos  $\beta$  obtenidas por los modelos anteriores. Se observa, en general, un grado de acuerdo bastante alto en todos los casos, tanto en el signo como en el valor de dichos coeficientes. La única excepción la constituye la existencia de portero en el edificio que, en el modelo heterocedástico no resultó significativo mientras que en los modelos homocedásticos sí, con signo positivo cifrándose en alrededor de un 14% el incremento esperado en el precio de la vivienda.

Los coeficientes  $\phi$  más significativos vuelven a ser todos positivos, correspondiendo de nuevo a efectos espacio-temporales sin interacción ( $\phi_{TX}$  y  $\phi_{SX}$  en el modelos STEAR), sin que sean en general excesivamente importantes (ninguno de ellos sobrepasa 0.5). En cuanto a los parámetros que determinan las dependencias de carácter local temporales ( $m_T$  y  $\gamma$ ) y espaciales ( $m_S$  y  $\lambda$ ) las conclusiones obtenidas coinciden con las comentadas para el modelo STGAR (ver sección 3.5.2).

**Tabla 5**  
**Comparación de los modelos Hedónicos y STAR**

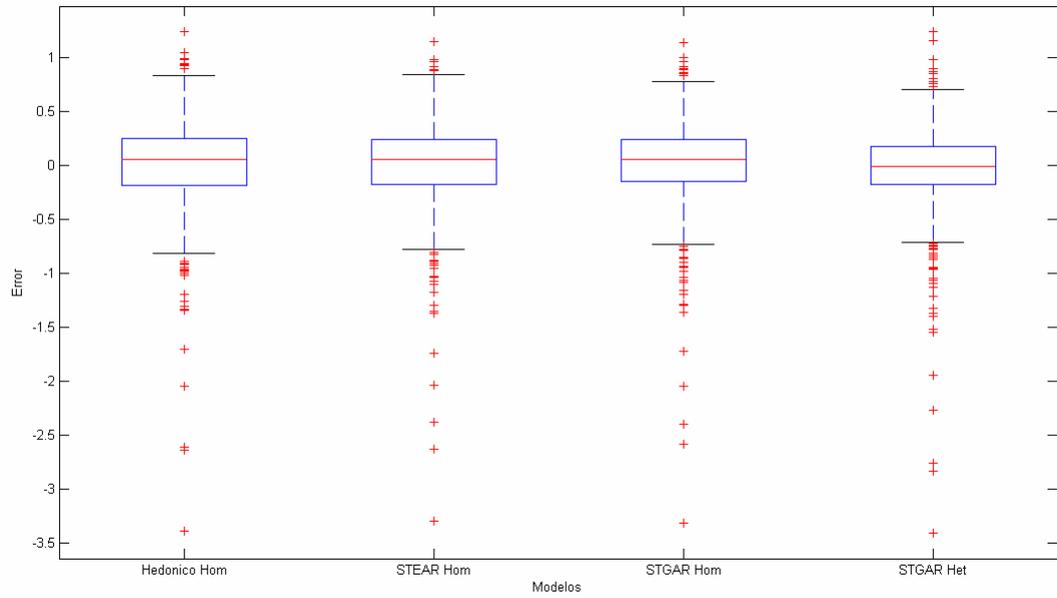
| Validación     |                    | Modelos                   |                        |                        |                        |                             |                          |                          |                          |
|----------------|--------------------|---------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
|                |                    | Hedónico<br>Homocedástico | STGAR<br>Homocedástico | STMAR<br>Homocedástico | STEAR<br>Homocedástico | Hedónico<br>Heterocedástico | STGAR<br>Heterocedástico | STMAR<br>Heterocedástico | STEAR<br>Heterocedástico |
| Intra muestral | MAD                | 0.3043                    | 0.2880                 | 0.2935                 | 0.2910                 | 0.2884                      | 0.2749                   | 0.2775                   | 0.2770                   |
|                | RMSE               | 0.4373                    | 0.4204                 | 0.4253                 | 0.4227                 | 0.4456                      | 0.4337                   | 0.4354                   | 0.4343                   |
|                | CUB95              | 95.21                     | 96.01                  | 96.17                  | 96.01                  | 100.00                      | 100.00                   | 100.00                   | 100.00                   |
|                | CUB99              | 97.92                     | 98.08                  | 98.72                  | 98.08                  | 100.00                      | 100.00                   | 100.00                   | 100.00                   |
|                | R <sup>2</sup>     | 0.4560                    | 0.4973                 | 0.4854                 | 0.4918                 | 0.4352                      | 0.4648                   | 0.4607                   | 0.4635                   |
|                | Ajuste             | 119.70                    | 110.63                 | 113.25                 | 111.84                 | 124.29                      | 117.77                   | 118.68                   | 118.05                   |
|                | Parsimonia         | 127.28                    | 125.58                 | 124.96                 | 122.74                 | 145.32                      | 138.09                   | 139.30                   | 136.57                   |
|                | Pérdida            | 246.98                    | 236.20                 | 238.21                 | 234.58                 | 269.62                      | 255.85                   | 257.98                   | 254.62                   |
| $\rho_1^{++}$  | 0.0557             | 0.0082                    | 0.0100                 | 0.0073                 | 0.0375                 | 0.0014                      | 0.0084                   | -0.0086                  |                          |
| Extra muestral | MAD                | 0.2757                    | 0.2798                 | 0.2763                 | 0.2863                 | 0.2483                      | 0.2563                   | 0.2568                   | 0.2543                   |
|                | RMSE               | 0.3683                    | 0.3824                 | 0.3699                 | 0.3900                 | 0.3529                      | 0.3721                   | 0.3675                   | 0.3738                   |
|                | CUB95              | 97.74                     | 96.99                  | 96.99                  | 96.99                  | 96.99                       | 96.99                    | 96.24                    | 96.24                    |
|                | CUB99              | 99.25                     | 98.50                  | 98.50                  | 98.50                  | 99.25                       | 99.25                    | 100.00                   | 99.25                    |
|                | LS <sub>PRED</sub> | -65.48                    | -69.69                 | -65.65                 | -69.91                 | -92.43                      | -110.40                  | -109.52                  | -110.73                  |
|                | R <sup>2</sup>     | 0.5064                    | 0.4681                 | 0.5022                 | 0.4467                 | 0.5468                      | 0.4963                   | 0.5087                   | 0.4916                   |
|                | $\rho_1$           | -0.0816                   | -0.0610                | -0.0692                | -0.0392                | -0.0925                     | -0.0603                  | -0.0636                  | -0.0570                  |

<sup>++</sup>Coefficiente de autocorrelación espacial de orden 1

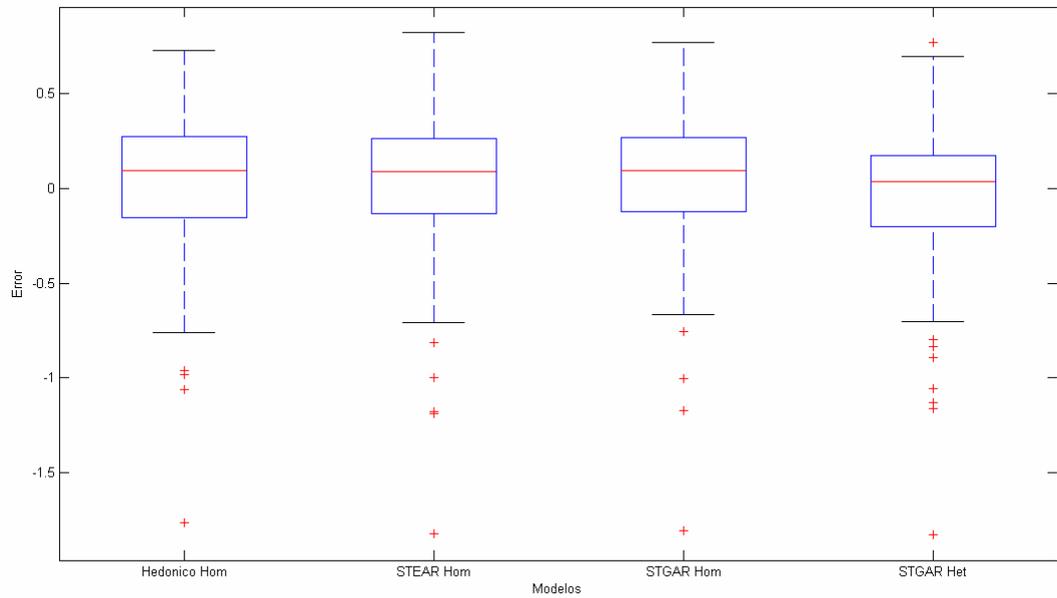
**Tabla 6:**  
**Análisis de los errores predictivos intra y extramuestrales**

| Modelos         | Errores Intramuestrales   |                        |                        |                          | Errores Extramuestrales   |                        |                        |                          |
|-----------------|---------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|---------------------------|------------------------|------------------------|--------------------------|
|                 | Hedónico<br>Homocedástico | STEAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Heterocedástico | Hedónico<br>Homocedástico | STEAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Homocedástico | STGAR<br>Heterocedástico |
| Mínimo          | -33.888                   | -32.604                | -32.860                | -33.772                  | -17.694                   | -17.956                | -17.640                | -18.285                  |
| 1%              | -13.412                   | -13.367                | -13.412                | -14.866                  | -11.704                   | -12.860                | -12.926                | -12.821                  |
| 5%              | -0.6902                   | -0.6836                | -0.6925                | -0.7542                  | -0.6413                   | -0.6217                | -0.6278                | -0.7853                  |
| 10%             | -0.4737                   | -0.4577                | -0.4522                | -0.4984                  | -0.4247                   | -0.3779                | -0.3890                | -0.4150                  |
| 25%             | -0.1910                   | -0.1689                | -0.1670                | -0.1848                  | -0.1590                   | -0.1198                | -0.1227                | -0.1923                  |
| 50%             | 0.0593                    | 0.0455                 | 0.0503                 | -0.0075                  | 0.0974                    | 0.1101                 | 0.0928                 | 0.0286                   |
| 75%             | 0.2471                    | 0.2422                 | 0.2370                 | 0.1768                   | 0.2690                    | 0.2580                 | 0.2603                 | 0.1609                   |
| 90%             | 0.4156                    | 0.4065                 | 0.3948                 | 0.3381                   | 0.4064                    | 0.4063                 | 0.4446                 | 0.2914                   |
| 95%             | 0.5518                    | 0.5718                 | 0.5377                 | 0.4712                   | 0.4678                    | 0.6201                 | 0.5659                 | 0.5297                   |
| 99%             | 0.9076                    | 0.8584                 | 0.8481                 | 0.8517                   | 0.6791                    | 0.7569                 | 0.7471                 | 0.7060                   |
| Máximo          | 12.326                    | 11.371                 | 11.748                 | 11.869                   | 0.7096                    | 0.7819                 | 0.7491                 | 0.7596                   |
| Media           | 0.0006                    | 0.0012                 | -0.0003                | -0.0501                  | 0.0280                    | 0.0427                 | 0.0367                 | -0.0372                  |
| Desv. estándar  | 0.4393                    | 0.4233                 | 0.4214                 | 0.4274                   | 0.3706                    | 0.3882                 | 0.3823                 | 0.3719                   |
| MAD             | 0.3043                    | 0.2910                 | 0.2880                 | 0.2749                   | 0.2757                    | 0.2863                 | 0.2798                 | 0.2563                   |
| Mediana $ e_t $ | 0.2234                    | 0.2150                 | 0.2155                 | 0.1792                   | 0.2043                    | 0.2167                 | 0.2087                 | 0.1769                   |
| Estadístico t   | 0.0342                    | 0.0709                 | -0.0178                | -13.083                  | 0.8713                    | 12.685                 | 11.071                 | -11.375                  |
| Asimetría       | -19.291                   | -19.666                | -20.463                | -21.353                  | -14.351                   | -13.770                | -14.262                | -15.238                  |
| Curtosis        | 133.454                   | 134.163                | 139.200                | 150.014                  | 68.433                    | 69.594                 | 70.864                 | 78.540                   |

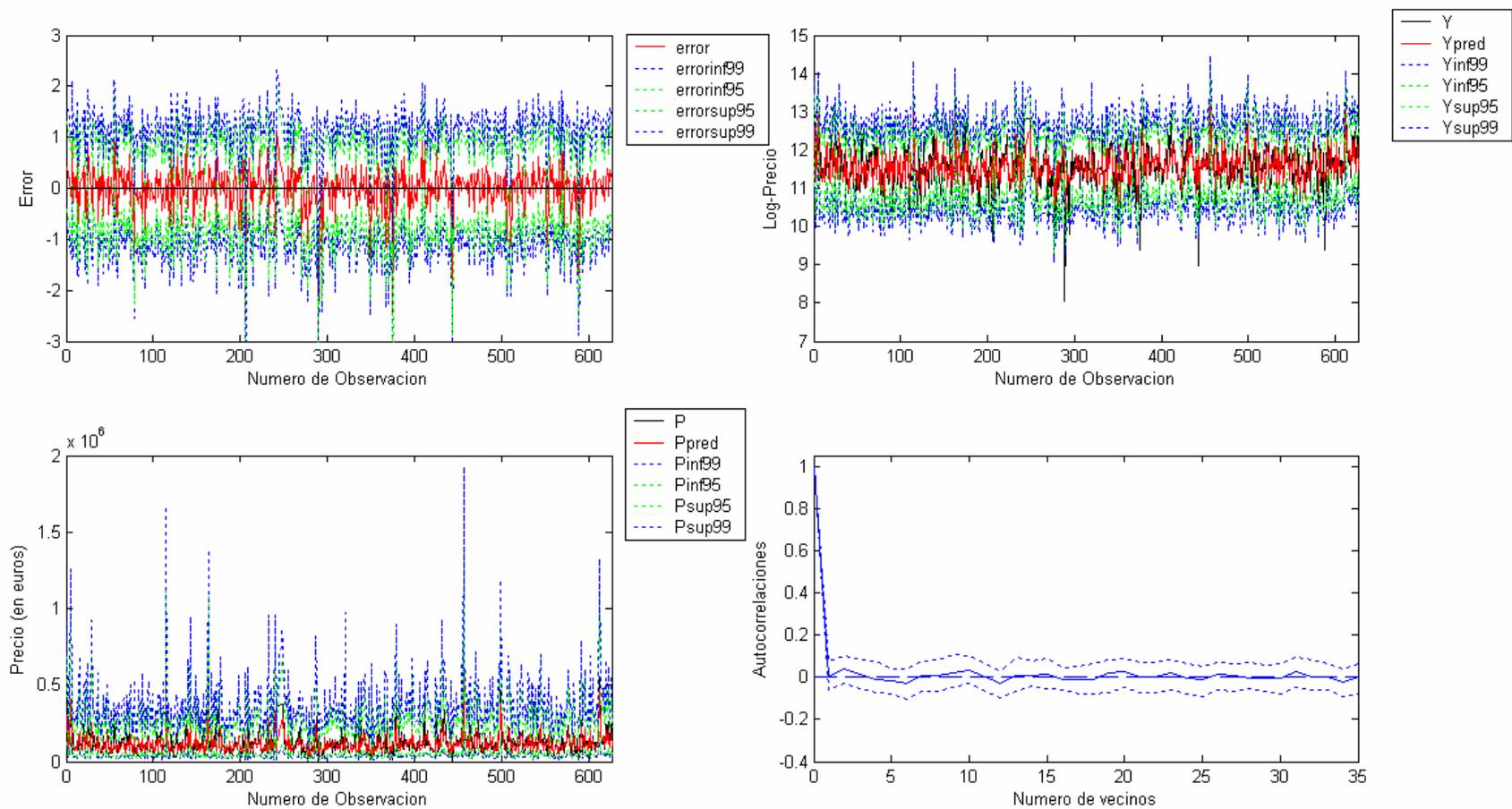
**Gráfico 14**  
**Diagramas de cajas de los errores intramuestrales**



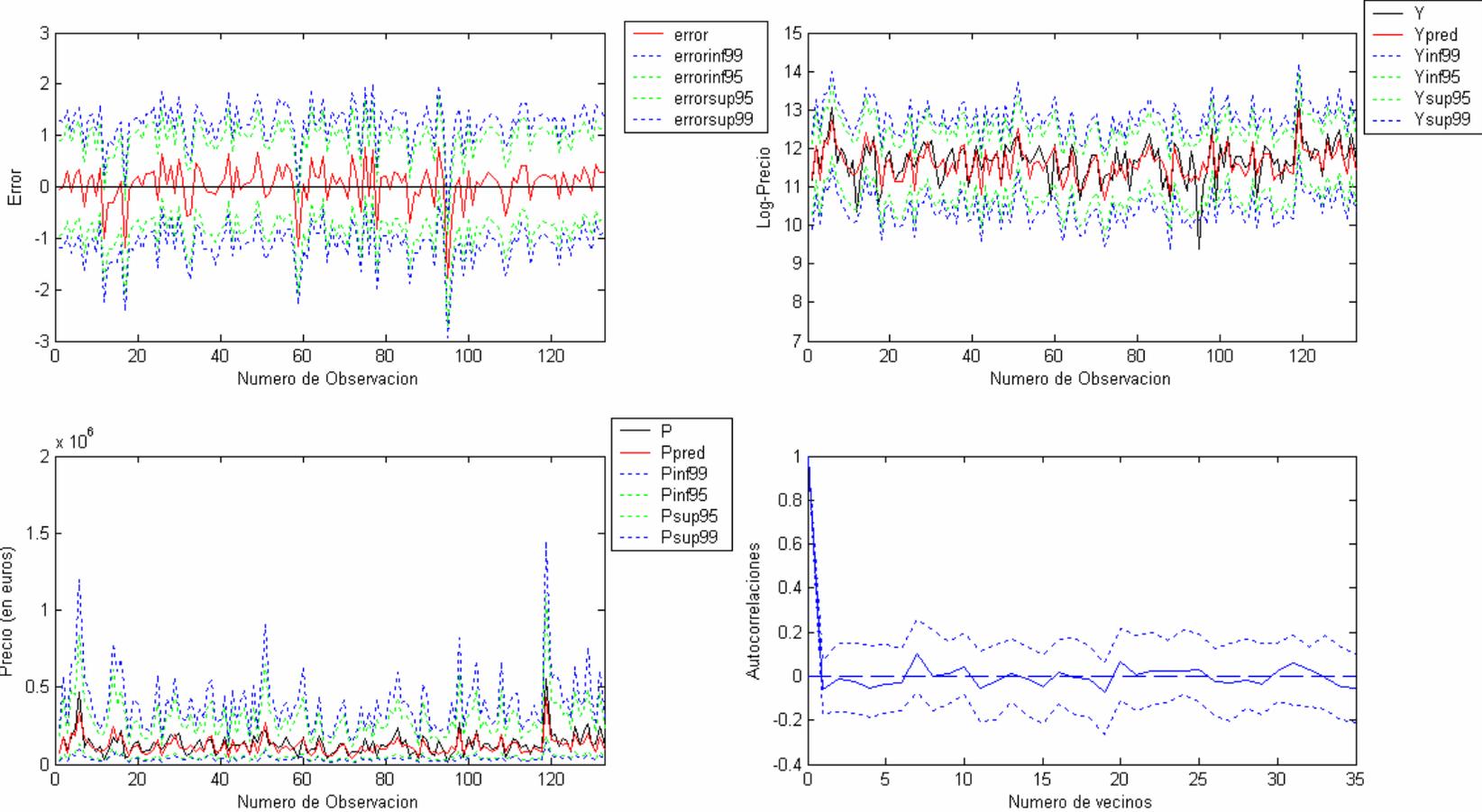
**Gráfico 15**  
**Diagramas de cajas de los errores extramuestrales**



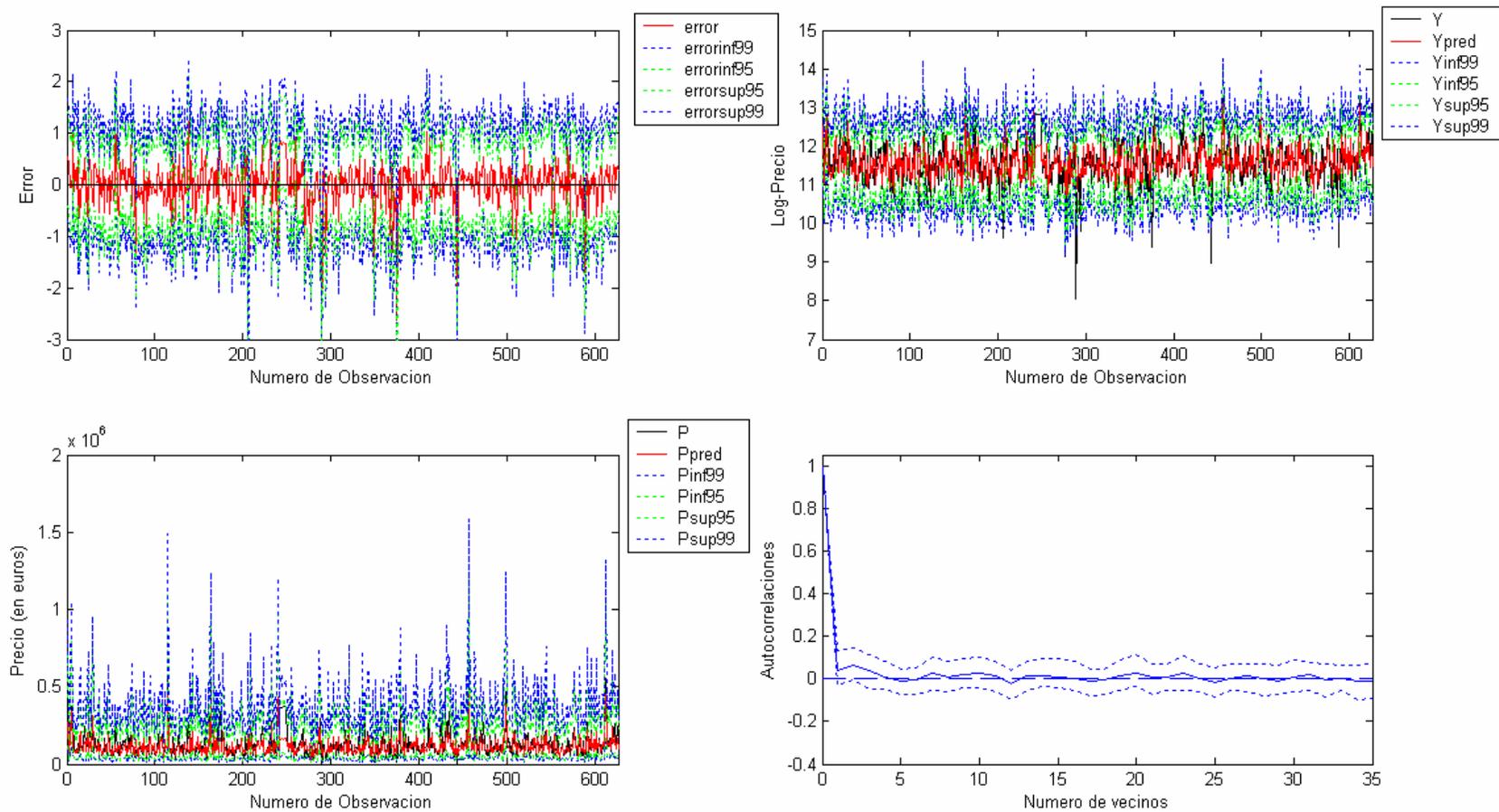
**Gráfico 16:**  
**Bondad de ajuste intramuestral del modelo STEAR Homocedástico**



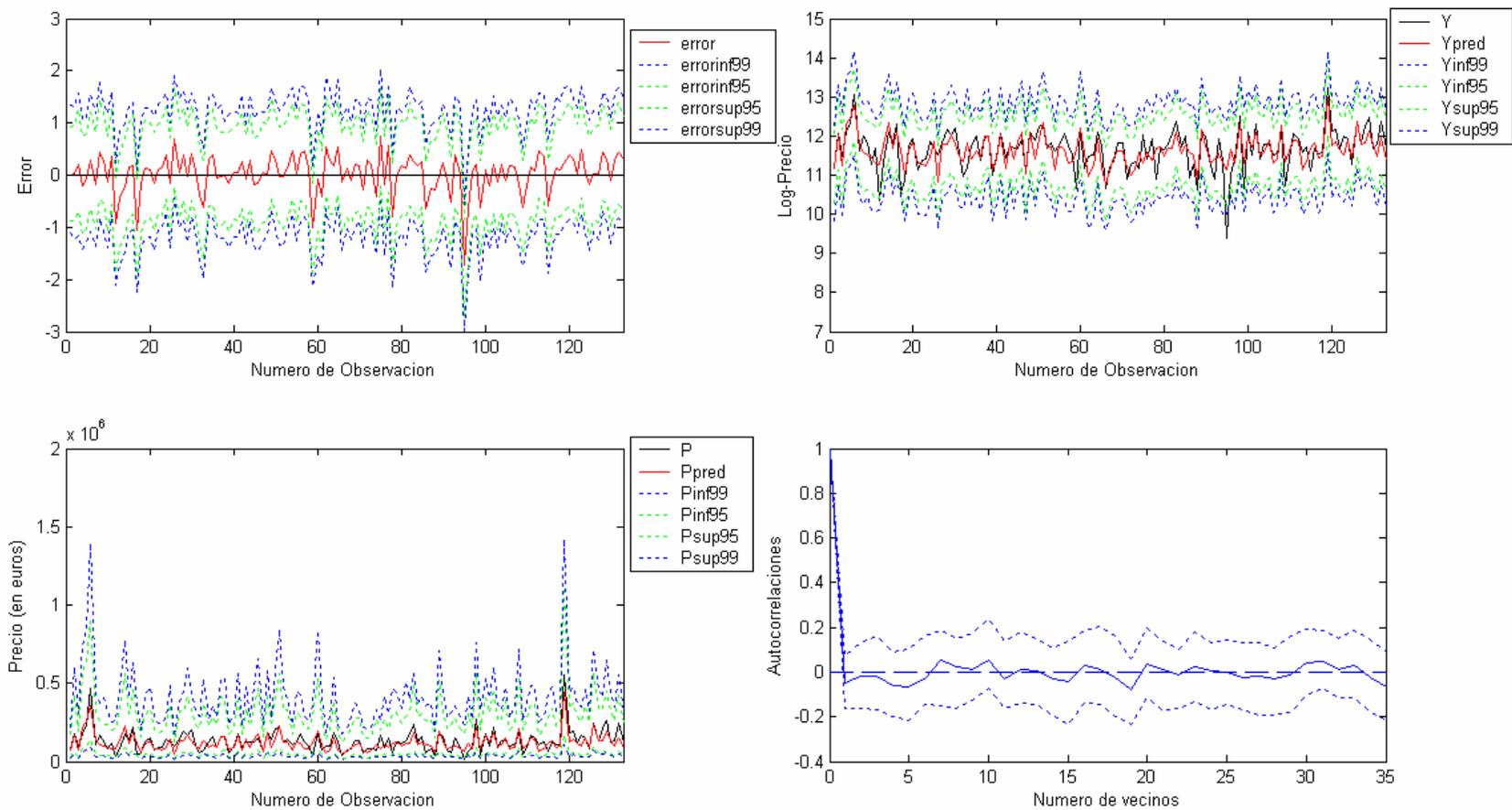
**Gráfico 17**  
**Validación extramuestral del modelo STEAR Homocedástico**



**Gráfico 18**  
**Bondad de ajuste intramuestral del modelo Hedónico Homocedástico**



**Gráfico 19**  
**Bondad de ajuste extramuestral del modelo Hedónico Homocedástico**



## 5. Predicción

### 5.1 Predicciones prospectivas de la evolución de los precios

En las Gráficos 20 y 21 se muestra, con fines ilustrativos, la evolución mensual predicha para el año 2005 del logaritmo del precio y del precio de una vivienda de características medias<sup>1</sup> situada en el centro geográfico del área analizada, para cada uno de los modelos comparados en el trabajo. La elaboración de dichas predicciones, así como de las bandas de credibilidad bayesiana del 95% se ha realizado a partir de la distribución predictiva a posteriori dada por la expresión

$$y | \mathbf{Y}, \mathbf{Z} \cup \{\mathbf{z}\}, \mathbf{X} \cup \{\mathbf{x}\} \sim \int [y | \mathbf{Y}, \mathbf{Z} \cup \{\mathbf{z}\}, \mathbf{X} \cup \{\mathbf{x}\}, \boldsymbol{\theta}] [\boldsymbol{\theta} | \mathbf{Y}, \mathbf{Z}, \mathbf{X}] d\boldsymbol{\theta} \quad (5.1)$$

donde  $y = \log(\text{precio})$  o el precio, según lo que se quiera predecir, y  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)'$  y  $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_q)$  son las características de la vivienda.

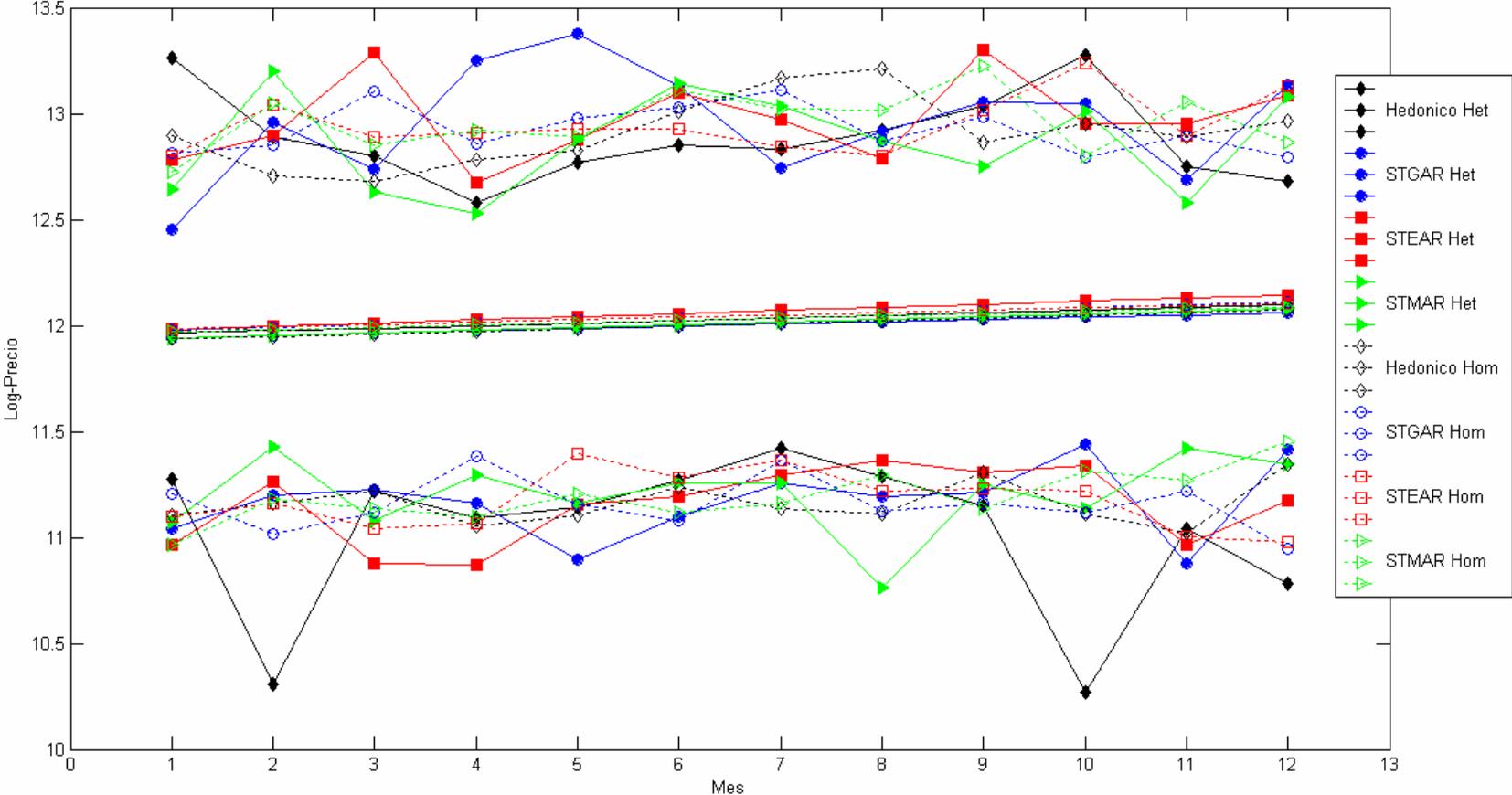
El cálculo de dicha distribución y la obtención de las predicciones puntuales y de las bandas de confianza se realiza aplicando el método de Monte Carlo, utilizando el muestreo de composición. Los detalles del algoritmo empleado se muestran en Salvador y otros (2006). Se observa que todos los modelos obtienen predicciones muy similares, con la presencia de una tendencia creciente en torno a un 12.55% anual en el nivel de precios. Las bandas de confianza son bastante amplias dada la importancia del término de error en dicha evolución. Además, en el caso particular del precio (Gráfico 21) los intervalos predictivos son asimétricos a derecha poniendo de manifiesto el carácter asimétrico de dicha distribución, tal y como ya se comentó en el análisis exploratorio llevado a cabo en la sección 1.2.

---

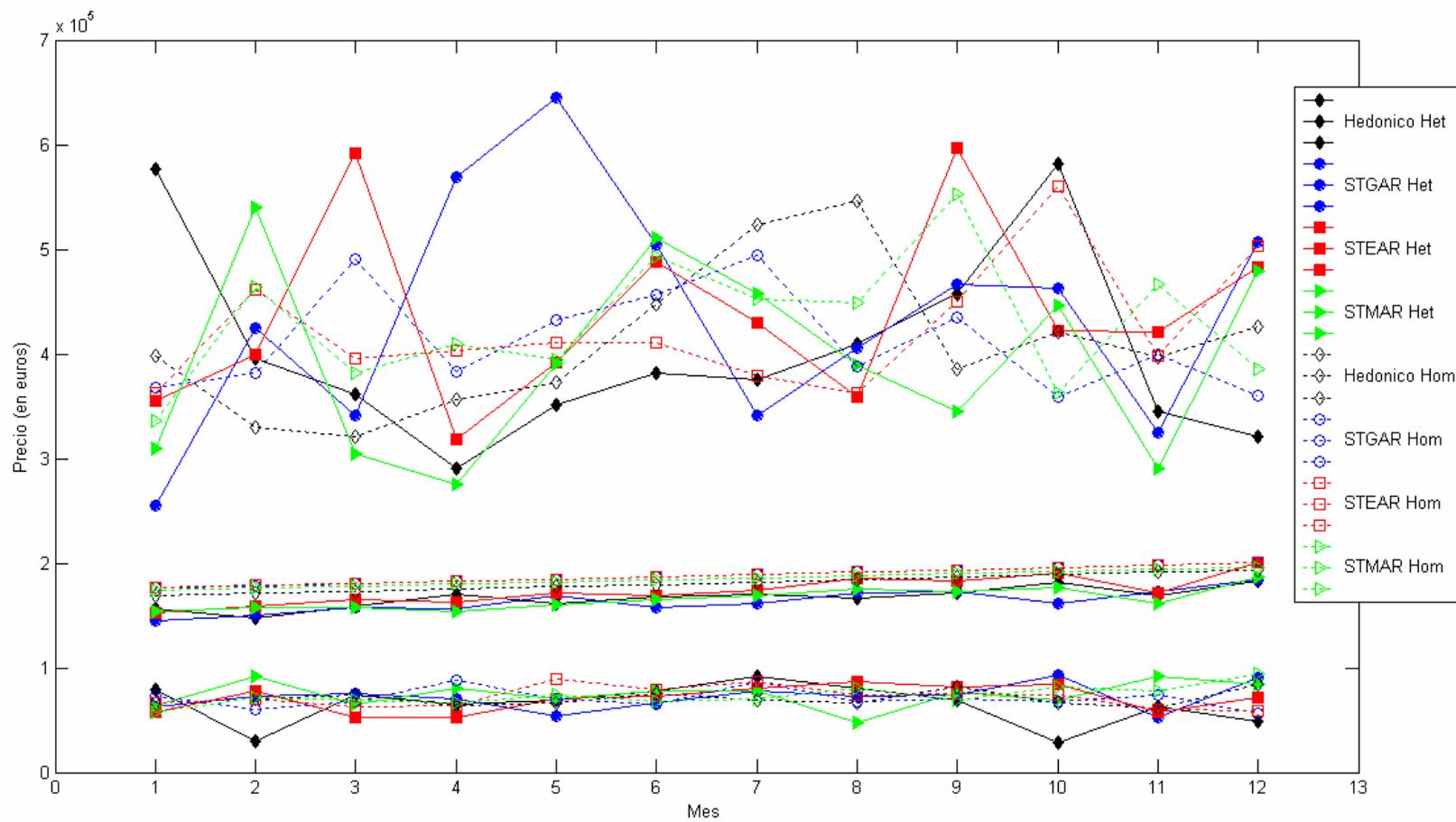
<sup>1</sup> Dichas características medias corresponden a una vivienda libre de 5 habitaciones, 77 m<sup>2</sup> útiles y 34 años de antigüedad al finalizar el año 2004, con ascensor, sin garaje, sin portero y sin refrigeración y que se adquiere mediante compraventa

Gráfico 20

Predicciones prospectivas de la evolución del logaritmo del precio de una vivienda de características medias para el año 2005



**Gráfico 21**  
**Predicciones prospectivas de la evolución mensual del precio de una vivienda de características medias para el año 2005**



## 5.2 Análisis retrospectivo de la evolución de los precios

En la Gráfico 22 se muestra la evolución trimestral estimada retrospectivamente de los precios escriturados de la vivienda durante los años 2003 y 2004 en área de estudio considerada. La estimación se realiza mediante un número índice con base 100 en el primer trimestre de 2003. Dicho índice se construye tomando como muestra representativa del conjunto de viviendas transaccionadas, las 162 transacciones de vivienda acaecidas en el último trimestre del año 2002. Utilizando dicha muestra se predice<sup>2</sup>, retrospectivamente, el precio al que se hubiera escriturado cada una de dichas viviendas si la transacción hubiera tenido lugar a mediados del trimestre correspondiente<sup>3</sup>. La predicción se basa en la distribución predictiva a posteriori, dada por la expresión (5.1), y se realiza mediante la mediana a posteriori de la misma. Su cálculo se lleva a cabo aplicando el método de Monte Carlo utilizando el muestreo de composición. Los detalles del algoritmo utilizado se muestran en Salvador y otros (2006). Así mismo, y con fines comparativos, se muestra la estimación realizada por el Ministerio de la Vivienda para Zaragoza capital en dicho periodo.

Se observa, en primer lugar, que las estimaciones de los modelos hedónicos coinciden en términos generales con las elaboradas por el Ministerio de la Vivienda, cifrándose un crecimiento en el periodo considerado próximo a un 4% trimestral. Por su parte, las estimaciones obtenidas por los modelos STAR son, en general, más fluctuantes al reflejar la coyuntura económica existente en cada una de las fechas en las que se supuso tuvo lugar cada una de las transacciones consideradas en la elaboración del índice. En particular, todos los modelos STAR coinciden en señalar una disminución en el nivel de precios del primer trimestre de 2004, debido quizás al mayor número de transacciones que tienen lugar justo antes de 31 de Diciembre, con el fin de acogerse a los beneficios fiscales de ese mismo año, disminuyendo tanto el número como la cuantía de las transacciones de comienzo de año (ver Tabla 2). Ello no impide una recuperación en los meses siguientes, no teniendo este hecho más que una influencia meramente coyuntural, sin llegar a suponer un cambio en la tendencia general durante los dos años considerados. Las estimaciones de estos modelos son, en general, más altas que las obtenidas por el método hedónico debido a la influencia de las tendencias crecientes de carácter local capturadas.

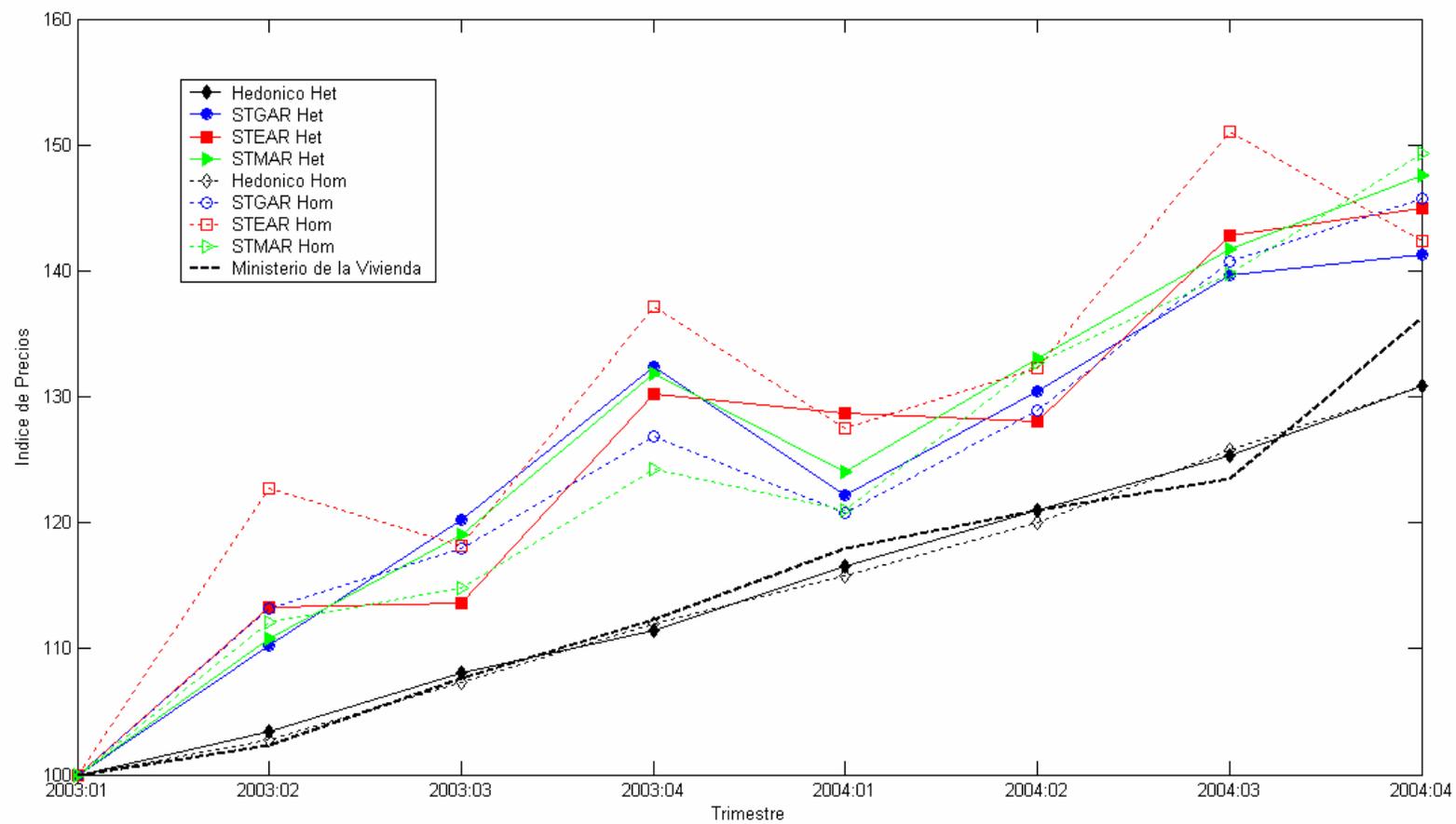
---

<sup>2</sup> Este problema recibe el nombre de *kriging* en la literatura de Estadística espacial

<sup>3</sup> Las fechas concretas utilizadas para cada trimestre fueron 14 de Febrero, 15 de Mayo, 15 de Agosto y 15 de Noviembre de los años 2003 y 2004

**Gráfico 22**

**Estimación retrospectiva de la evolución del índice del precio de la vivienda durante los años 2003 y 2004. (Base 100 = Primer Trimestre de 2003)**



## 6. Conclusiones y líneas futuras de investigación

En este trabajo se ha realizado un análisis estadístico de la evolución espacio-temporal del precio de la vivienda en un área de Zaragoza. Para ello se ha utilizado una metodología Bayesiana semiparamétrica, basada en un conjunto de modelos espacio-temporales autorregresivos (STAR) con efectos de vecindad, similar a los propuestos por Pace y otros (1998, 2000). El procedimiento analiza, en particular, la presencia de heterocedasticidad en los errores del modelo realizando inferencias más robustas acerca de los parámetros, sin tener que recurrir a resultados asintóticos. Además, permite de forma natural, elaborar predicciones extramuestrales e intramuestrales que reflejan la incertidumbre asociada a la estimación de los parámetros del modelo y realizar comparaciones de modelos no anidados, juzgando su comportamiento predictivo en términos de bondad de ajuste y parsimonia.

El análisis realizado ha puesto de manifiesto que la superficie, la existencia de ascensor y portero ejercen una influencia positiva significativa sobre el precio de la vivienda. Así mismo, la edad y el tipo de adquisición ejercen una influencia negativa.

Se estima, en particular, que un incremento del 1% en la superficie útil de la vivienda o en la edad del edificio tiene un impacto positivo de alrededor de un 0.75% o negativo del 0.15% en el incremento del precio de la vivienda, respectivamente. Además, el hecho de que el tipo de adquisición no sea una compraventa (herencias, donaciones, etc.), ejerce una influencia negativa sobre el precio estimándose en alrededor de un 45% la disminución de su precio. La existencia de ascensor queda reflejada de forma positiva en el precio, estimándose en torno a un 15% el incremento en el valor de la vivienda y finalmente, la presencia de conserje en el edificio (además de portero automático) tiene un efecto positivo sobre el precio del inmueble, cifrándose alrededor de un 10% el aumento en su valor debido a este hecho.

Se observa también que, eliminado el efecto de las variables hedónicas disponibles, existen todavía tendencias espacio-temporales significativas no capturadas. En particular, las viviendas situadas más al Norte de la zona analizada muestran una tendencia a tener un precio más alto al estar ubicadas en las zonas más céntricas de la ciudad mientras que las del Sur tienden a estar situadas en barrios periféricos.

Además, existe una tendencia temporal creciente sistemática, que cifra el crecimiento trimestral en el periodo considerado del nivel de precios en torno a un 3% (12.55% anual), que coincide esencialmente con el estimado a partir del estudio de la evolución de los precios medio y mediano (ver Tabla 3). Finalmente, existen dependencias espacio-temporales de carácter residual cuya significación práctica es poco relevante.

En este modelo se han considerado únicamente dependencias de carácter espacial de tipo geográfico. Sin embargo, es de esperar la existencia de otro tipo de dependencias más ligadas con características estructurales de la vivienda, así como con su localización (por ejemplo, su proximidad a centros comerciales, colegios, etc.). Por ello, una línea de

investigación en la que estamos actualmente trabajando es la incorporación de este tipo de información en la construcción de las matrices de dependencia espacial **S**.

Por otra parte, el área analizada, si bien es representativa de los diferentes estatus socio-económicos de la ciudad, no lo es en cuanto a la escasez de vivienda nueva en la zona por ser barrios ya conformados en su estructura y no de nueva creación. Es por ello necesario extender el análisis realizado a un contexto espacio-temporal más amplio del aquí expuesto, siendo éste otro de los objetivos más inmediatos que abordaremos en futuros estudios.

## BIBLIOGRAFIA

- ARCHER, W.R.; GATZLAFF, D.H. Y LING, D.C. (1996): "Measuring the importance of location in house price appreciation", *Journal of urban Economics* 40, 334-353.
- BAILEY, M., MUTH, R. Y NOURSE, H. (1963): "A Regression Method for Real Estate Price Index Construction", *Journal of the American Statistical Association*, 58, 933-942.
- BANERJEE, S., CARLIN, B. P. AND GELFAND, A. E. (2004): *Hierarchical Modeling and Analysis for Spatial Data*, Chapman and Hall/CRC Press.
- BASU, S. Y THIBODEAU, T.G. (1998): "Análisis of Spatial Correlation in House Prices", *Journal of Real Estate Finance and Economics* 17, 61-85.
- CAN, A. (1990): "The Measurement of Neighborhood Dynamics in Urban Housing Prices", *Economic Geography* 66, 254-272.
- CAN, A. Y MEGBOLUGBE, I. (1997): "Spatial Dependence and House Price Index Construction", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 14, 203-222.
- CASE, B (2000): "Co-Movements in International Commercial Real Estate Markets", *Working paper. Federal Reserve Bank*.
- CASE, B (2001): "Co-Movements in U. S. House Price Appreciation Patterns", *Working paper. Federal Reserve Bank*.
- CASE, B (2002): "Homogeneous Within-County Districts for Hedonic Price Modeling", *Working paper. Federal Reserve Bank*.
- CASE, B.; CLAPP, J.; DUBIN, R. Y RODRIGUEZ, M. (2004): "Modeling Spatial and Temporal House Price Patterns: A Comparison of Four Models", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 29, 167-191.
- CASE, B. Y QUIGLEY, J.M. (1991): "The Dynamics of Real Estate Prices", *The Review of Economics and Statistics*, 73, 50-58.
- CLAPP, J.M. (2004): "A Semiparametric Method for Estimating Local House Price Indices", *Real Estate Economics*, 32, 127-160.
- CLAPP, J.M., KIM, H. Y GELFAND, A. E. (2002): "Spatial Prediction of House Prices Using LPR and Bayesian Smoothing", *Real Estate Economics*, 30(4), 505-532.
- COLEGIO DE REGISTRADORES DE LA PROPIEDAD, BIENES MUEBLES Y MERCANTILES DE ESPAÑA, *Estadística Registral Inmobiliaria. Anuario de 2004*.
- COLWELL, F. Y DILMORE, G. (1999): "Who was first?. An examination of an Early Hedonic Study", *Land Economics*, 75, No. 4, 620-626
- COURT, A.T. (1939): *The Dynamics of Automobile Demand*, New York. General Motors.
- DAVID, A.; DUBUJET, F; GOURIEROUX, C. Y LAFERRÈRE, A. (2002): "Les indices de prix des logements anciens", *INSEE Méthode*, 98, 119 p.

- DUBIN, R.A. (1988): "Estimation of Regression Coefficients in the Presence of Spatial Autocorrelation Error Terms", *Review of Economics and Statistics*, 70, 466-474.
- DUBIN, R.A. (1992): "Spatial Autocorrelation and Neighbourhood Quality", *Regional Science and Urban Economics* 22, 433-452.
- DUBIN, R.A. (1998): "Predicting House Prices Using Multiple Listings Data", *Journal of Real Estate Finance and Economics* 17, 35-59.
- DUBIN, R.A. Y SUNG, C. H. (1990): "Specification of Hedonic Regressions: Non-nested Tests on Measures of Neighbourhood Quality", *Journal of Urban Economics* 27, 97-110.
- ENGLE, R.F.; LILIEN, D. M. Y WATSON, M. (1985): "A Dymimic Model of Housing Price Determination", *Journal of Econometrics*, 28, 307-326.
- FABRA, L. (2005): "Valoración de los Bienes Inmuebles e Impacto Económico en la Empresa", *Ministerio de Economía y Hacienda*.
- GELFAND, A.E.; ECKER, M. D.; KNIGHT, J.R. Y SIRMANS, C.F. (2004): "The Dynamics of Location in Home Price", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 29, 149-166.
- GELFAND, A.E. Y GHOSH, S.K. (1998): "Model choice: a minimum posterior predictive loss approach", *Biometrika*, 85, 1-11.
- GELFAND, A.E.; GHOSH, S.K.; KNIGHT, J.R. Y SIRMANS, C.F. (1998): "Spatio-Temporal Modeling of Residential Sales Data", *Journal of Business and Economics Statistics* 16, 312-321.
- GEWEKE, J. (1993): "Bayesian Treatment of the Independent Student Linear Model", *Journal of Applied Econometrics*, 8, 19-40.
- GOETZMAN, W.N. Y SPIEGEL, M. (1997): "A Spatial Model of Housing Return and Neighborhood Substitutability", *Journal of Urban Economics* 29, 89-103.
- HAAS, G.C. (1922): "Sale prices as a basis for farm land appraisal", *Technical Bulletin* 9, Agricultural Experiment Station, University of Minnesota.
- HILL, R.C.; KINGHT, J.R. Y SIRMANS, C.F. (1997): "Estimating Capital Asset Price Indexes", *The Review of Economics and Statistics*, 79, 226-233.
- LESAGE, J. (1999): "The Theory and Practice of Spatial Econometrics" (*Unpublished Manuscript*).
- LI, M. Y BROWN, H.J. (1980): "Micro-neighborhood Externalities and Hedonic Housing Prices", *Land Economics* 56, 125-141.
- PACE, R.K.; BARRY, R.; CLAPP, J.M. Y RODRIGUEZ, M. (1998): "Spatiotemporal Autorregressive Models of Neighborhood Effects", *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 17, 15-33.
- PACE, R.K.; BARRY, R.; GILLEY, O.W. Y SIRMANS, C.F. (2000): "A method for spatial-temporal forecasting with an application to real estate prices", *International Journal of Forecasting*, 16, 229-246.
- PACE, R.K. Y GILLEY, O.W. (1998): "Generalising OLS and the Grid Estimator", *Real Estate Economics* 26, 331-347.

- RIDKER, R.G. Y HENNING, J.A. (1967): "The Determinants of Property Values with Special Reference to Air Pollution", *The Review of Economics and Statistics*, 49, 246-257.
- ROSEN, S. (1974): "Hedonic Prices and Implicit Markets: Product Differentiation in Pure Competition", *The Journal of Political Economics* 82, 34-55.
- SALVADOR, M.; GARGALLO, P. Y BEAMONTE, A. (2006): "Análisis estadístico del precio de la vivienda en Zaragoza", *Manuscrito no publicado disponible en <http://www.fundear.es> Fundación Economía Aragonesa (FUNDEAR)*.
- STEIN, M.L. (1999): "Predicting Random Fields with Increasingly Dense Observations", *Annals of Applied Probability*, 9, 242-273.
- SUN, H.; TU, Y. Y YU, S-M. (2005): "Spatio-Temporal Autorregressive Model for Multi-Unit Residencial Market Analysis", *The Journal of Real Estate Finance and Economics*, 31, 155-185.



**Gobierno de Aragón, Ibercaja y Caja Inmaculada** con el objeto de:

- Elaborar estudios sobre economía aragonesa o sobre el territorio aragonés, por iniciativa propia o por encargo.
- Organizar y supervisar equipos de investigación solventes científicamente, que realicen trabajos sobre economía y de carácter territorial encargados a través de la Fundación.
- Promover un debate informado sobre las alternativas a que se enfrenta la economía aragonesa y la política de organización del territorio. En especial organizará periódicamente encuentros, seminarios o jornadas sobre temas relevantes.
- Publicar o dar difusión por cualquier medio a los trabajos que realice, las conclusiones de los seminarios así como otros trabajos de interés para Aragón.
- Formar economistas especializados en temas relativos a la economía y política territorial aragonesa.

**Patronato:**

D. Amado Franco Lahoz, (Ibercaja), *Presidente*.

D. Tomás García Montes (CAI), *Vicepresidente*.

D. José Angel Biel Rivera (Gobierno de Aragón), *Vocal*.

D. Alberto Larraz Vileta (Gobierno de Aragón), *Vocal*.

**Director:**

D. José María Serrano Sanz



## Publicaciones de Fundear:

Documento de trabajo 1/2003

### **Aproximación a los servicios a empresas en la economía aragonesa**

*Eva Pardos.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Ana Gómez Loscos.* Fundear

Documento de trabajo 2/2003

### **Índice Fundear: un sistema de indicadores sintéticos de coyuntura para la economía aragonesa**

*María Dolores Gadea Rivas.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Antonio Montañés Bernal.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Domingo Pérez Ximénez de Embún.* Fundear

Documento de trabajo 3/2003

### **Servicios a empresas y empleo en Aragón**

*M<sup>a</sup> Cruz Navarro Pérez.* Universidad de La Rioja y Fundear

*Eva Pardos.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Ana Gómez Loscos.* Fundear

Documento de trabajo 4/2003

### **Los servicios a empresas en la estructura productiva aragonesa**

*Eva Pardos.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Ana Gómez Loscos.* Fundear

Documento de trabajo 5/2004

### **La localización de los servicios empresariales en Aragón. Determinantes y efectos**

*Eva Pardos.* Universidad de Zaragoza y Fundear

*Fernando Rubiera Morollón.* Universidad de Oviedo

*Ana Gómez Loscos.* Fundear

Documento de trabajo 6/2004

### **Factores de localización y tendencia de población en los municipios aragoneses**

*Luis Lanaspa.* Universidad de Zaragoza

*Fernando Pueyo.* Universidad de Zaragoza

*Fernando Sanz.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 7/2004

### **Determinantes del crecimiento económico. La interrelación entre el capital humano y tecnológico en Aragón**

*Blanca Simón Fernández.* Universidad de Zaragoza

*José Aixalá Pastó.* Universidad de Zaragoza

*Gregorio Giménez Esteban.* Universidad de Zaragoza

*Gema Fabro Esteban.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 8/2004

### **Determinantes de la siniestralidad laboral**

*Inmaculada García.* Universidad de Zaragoza

*Victor Manuel Montuenga.* Universidad de La Rioja

Documento de trabajo 9/2004

**Evolución y perspectivas de la productividad en Aragón**

*Marcos Sanso Frago.* Universidad de Zaragoza

*Pedro García Castrillo.* Universidad de Zaragoza

*Fernando Pueyo Baldellou.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 10/2004

**Las razones del saldo de comercio exterior: competitividad versus ventaja comparativa**

*Carmen Fillat Castejón.* Universidad de Zaragoza

*Carmen López Pueyo.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 11/2004

**El consumo de drogas entre los jóvenes aragoneses: evidencia de un proceso secuencial en varias etapas**

*José Alberto Molina.* Universidad de Zaragoza

*Rosa Duarte.* Universidad de Zaragoza

*José Julián Escario.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 12/2004

**La industria aragonesa en el contexto europeo. Capacidad de reacción ante shocks externos**

*Jose Luis Gallizo Larraz.* Universidad de Zaragoza

*Manuel Salvador Figueras.* Universidad de Zaragoza

*Paloma Apellaniz Gómez.* Universidad de Zaragoza

*Isabel Bueno Montañés.* Universidad de Zaragoza

*Pilar Gargallo Valero.* Universidad de Zaragoza

*Javier Savi Marcano.* Universidad de Zaragoza

*Carlos Serrano Cinca.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 13/2004

**Análisis económico financiero de las Cajas de Ahorros: su contribución al desarrollo económico de Aragón**

*Vicente Condor López.* Universidad de Zaragoza

*José Ángel Ansón Lapeña.* Universidad de Zaragoza

*M<sup>a</sup> Pilar Blasco Burriel.* Universidad de Zaragoza

*Isabel Brusca Aljarde.* Universidad de Zaragoza

*Isabel del Cerro Gómez.* Universidad de Zaragoza

*Alicia Costa Toda.* Universidad de Zaragoza

*Margarita Labrador Barrafón.* Universidad de Zaragoza

*Begoña Pelegrín Martínez de Pisón.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 14/2005

**La demanda de servicios empresariales avanzados en la economía aragonesa**

*Eva Pardos.* Universidad de Zaragoza y FUNDEAR

*Ana Gómez Loscos.* FUNDEAR

*Gemma Horna.* FUNDEAR

Documento de trabajo 15/2005

**Las Empresas de Inserción en Aragón: características, evolución y futuro**

*Carmen Marcuello.* Universidad de Zaragoza

*Ana Bellostas.* Universidad de Zaragoza

*Juan Camón.* Universidad de Zaragoza

*Chaime Marcuello.* Universidad de Zaragoza

*José Mariano Moneva.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 16/2005

**Rentabilidad social de las nuevas infraestructuras de abastecimiento de agua a Zaragoza**

*Luis Pérez y Pérez.* CITA del Gobierno de Aragón y Universidad de Zaragoza

*Jesús Barreiro Hurlé.* IFAPA – Junta de Andalucía

Documento de trabajo 17/2006

**Análisis de las Estrategias de Protección del medioambiente de la empresa industrial aragonesa**

*Concepción Garcés Ayerbe.* Universidad de Zaragoza

*Pilar Rivera Torre.* Universidad de Zaragoza

*Josefina Lucia Murillo Luna.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 18/2006

**Pensiones de la Seguridad Social y financiación privada de la dependencia de Aragón**

*Antonio Sánchez Sánchez.* Universidad de Zaragoza

*Angelina Lázaro Alquezar.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 19/2006

**Efectos del gasto en defensa en la producción y el empleo de Aragón**

*Claudia Pérez Fornies.* Universidad de Zaragoza

*Jaime Jesús Sanaú Villarroya.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 20/2006

**Determinantes de la confianza del consumidor aragonés hacia la compra a través de Internet. Un estudio confirmatorio del comportamiento de compra**

*Carlos Flavián Blanco.* Universidad de Zaragoza

*Vidal Díaz de Rada Izuzquiza.* Universidad Pública de Navarra

*Javier Lozano Velásquez.* Universidad de Zaragoza

*Eduardo Torres Moraga.* Universidad de Bío Bío, Chile

*Raquel Gurrea Sarasa.* Universidad de Zaragoza

*Miguel Guinalú.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 21/2006

**Determinantes de no-visita a Ferias profesionales. Aplicación al comercio minorista aragonés**

*Carmen Berné Manero.* Universidad de Zaragoza

*Marta Pedraja Iglesias.* Universidad de Zaragoza

*Pilar Rivera Torres.* Universidad de Zaragoza

*Mercedes Marzo Navarro.* Universidad de Zaragoza

*Esperanza García Uceda.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 22/2006

**La demanda de bienes de consumo en Aragón**

*José Alberto Molina.* Universidad de Zaragoza

*Rosa Duarte.* Universidad de Zaragoza

*Ana Isabel Gil.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 23/2006

**Relaciones dinámicas y predicción de precios en el complejo agroganadero en Aragón**

*Monia Ben-Kaabia.* Universidad de Zaragoza

*José M<sup>a</sup> Gil Roig.* Universidad Politécnica de Cataluña

*Josefina Cabeza Laguna.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 24/2006

**Incidencia territorial de los ingresos públicos de la Comunidad Autónoma de Aragón**

*Ramón Barberán Ortí.* Universidad de Zaragoza

*María Laura Espuelas Jiménez.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 25/2006

**El sector turístico en las comarcas aragonesas**

*Ana Gómez Loscos.* FUNDEAR

*Gemma Horna.* FUNDEAR

Documento de trabajo 26/2006

**El capital humano en las comarcas aragonesas**

*Ana Gómez Loscos.* FUNDEAR

*Vanessa Azón Puértolas.* FUNDEAR

Documento de trabajo 27/2006

**How many regional business cycles are there in Spain? A MS-VAR approach**

*María Dolores Gadea.* Universidad de Zaragoza

*Ana Gómez Loscos.* FUNDEAR

*Antonio Montañés.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 28/2006

**La empresa aragonesa ante la reforma contable. Un estudio empírico de sus implicaciones**

*Vicente Cándor López.* Universidad de Zaragoza

*M<sup>a</sup> Pilar Blasco Burriel.* Universidad de Zaragoza

*José Ángel Ansón Lapeña.* Universidad de Zaragoza

*Isabel Brusca Lijarde.* Universidad de Zaragoza

*Isabel del Cerro Gómez.* Universidad de Zaragoza

*Alicia Costa Toda.* Universidad de Zaragoza

*Margarita Labrador Garrafón.* Universidad de Zaragoza

*Begoña Pelegrín Martínez de Pisón.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 29/2006

**El Mercado de trabajo en Aragón: análisis y comparación con otras Comunidades Autónomas**

*Inmaculada García Mainar.* Universidad de Zaragoza

*Agustín Gil Sanz.* Universidad de Zaragoza

*Víctor Manuel Montuenga Gómez.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 30/2006

**Análisis de las potenciales ventajas competitivas del comportamiento estratégico medioambiental de las empresas industriales en Aragón**

*Conchita Garcés Ayerbe.* Universidad de Zaragoza

*Pilar Rivera Torres.* Universidad de Zaragoza

*Josefina Lucía Murillo Luna.* Universidad de Zaragoza

Documentos de trabajo 31/2006

**¿Sobreviven las franquicias en Aragón?**

*M<sup>a</sup> Victoria Bordonaba Juste.* Universidad de Zaragoza

*Jesús Cambra Fierro.* Universidad Pablo de Olavide

*Laura Lucía Palacios.* Universidad de Zaragoza

*Teresa Montaner Gutierrez.* Universidad de Zaragoza

*Francisco Javier Sesé Oliván.* Universidad de Zaragoza

*Olga Urbina Pérez.* Universidad de Zaragoza

Documentos de trabajo 32/2006

**Ayudas públicas y microempresas en Aragón**

*Carmen Galve Górriz.* Universidad de Zaragoza

*María Jesús Alonso Nuez.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 33/2006

**Proyecto de análisis de la cadena de suministro en las empresas de Aragón y la ventaja competitiva**

*M<sup>a</sup> Jesús Sáenz.* Universidad de Zaragoza

*Carolina García.* Zaragoza Logistics Center

*Jesús Royo.* Universidad de Zaragoza

*Pilar Lambán.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 34/2006

**Recursos humanos y turismo en Aragón: análisis del impacto socioeconómico de la EXPO-2008**

*Raquel Ortega.* Universidad de Zaragoza

*José Alberto Molina.* Universidad de Zaragoza

*Ana Garrido.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 35/2006

**Estimación de los costes económicos de la invasión del mejillón cebra (*Dreissena polymorpha*) en la Cuenca del Ebro**

*Luis Pérez y Pérez.* CITA del Gobierno de Aragón y Universidad de Zaragoza

*Carlos Chica Moreu.* Consultor

Documento de trabajo 36/2007

**Análisis del impacto económico del plan especial de depuración de aguas residuales de Aragón**

*Luis Pérez y Pérez.* CITA del Gobierno de Aragón y Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 37/2007

**Empresas gacela y empresas tortuga en Aragón**

*Carmen Galve Górriz.* Universidad de Zaragoza

*Alejandro Hernández Trasobares.* Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 38/2007

**Los amigos en las conductas de riesgo de los adolescentes aragoneses**

*José Julián Escario Gracia*. Universidad de Zaragoza

*Rosa Duarte Pac*. Universidad de Zaragoza

*José Alberto Molina Chueca*. Universidad de Zaragoza

Documentos de trabajo 39/2007

**La promoción de la Expo 2008: Redes virtuales y sociedad del conocimiento**

*Carlos Flavián Blanco*. Universidad de Zaragoza

*Vidal Díaz de Rada*. Universidad Pública de Navarra

*Javier Lozano Velázquez*. Universidad de Zaragoza

*Miguel Guinaliú Fransi*. Universidad Zaragoza

*Eduard Cristóbal Fransi*. Universidad de Lleida

*Raquel Gurrea Sarasa*. Universidad de Zaragoza

*Luis Vicente Casaló Ariño*. Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 40/2007

**Las exportaciones de la PYME aragonesa**

*Marisa Ramírez Alesón*. Universidad de Zaragoza

*Nuria Alcalde Fradejas*. Universidad de Zaragoza

*Natalia Dejo Oricain*. Universidad de Zaragoza

*Nieves García Casarejos*. Universidad de Zaragoza

*Jorge Rossell Martínez*. Universidad de Zaragoza

Documento de trabajo 41/2007

**Análisis estadístico del precio de la vivienda en Zaragoza**

*Manuel Salvador Figueras*. Universidad de Zaragoza

*Pilar Gargallo Valero*. Universidad de Zaragoza

*M<sup>a</sup> Asunción Beamonte San Agustín*. Universidad de Zaragoza